

Lois critiques en géosciences: fonte de la banquise arctique et séisme du Japon (2011).

Laurent Nottale

CNRS

LUTH, Observatoire de Paris-Meudon

Infos, articles et réfs.: <http://luth.obspm.fr/~luthier/nottale>

Lois d'accélération et de décélération critique: argument général en relativité d'échelle

Relativité du mouvement / position :

$x \rightarrow x + a \rightarrow x + v t$: translation

Il n'y a pas de « x », mais que des « δx »

Cas le plus simple : *périodicité* (discret) / *mvt inertiel* (continu)

Relativité d'échelle : *mesure* de position/temps $\rightarrow$ nécessite une référence (« unité ») $\rightarrow$ **rapports**

$X = x/\lambda$, $T = t/\tau$: x et λ dimensionnés, X =nombre.

Ex. : $x = 3.52 \text{ m}$ ($\lambda = 1 \text{ m}$)

Cf Galilée : $V = (\delta x/\lambda)/(\delta t/\tau) \rightarrow v = \delta x/\delta t = V (\lambda/\tau)$ [Ex.: m/s]

Cas le plus simple : rapport constant $\delta t_2/\delta t_1 = g < 1$

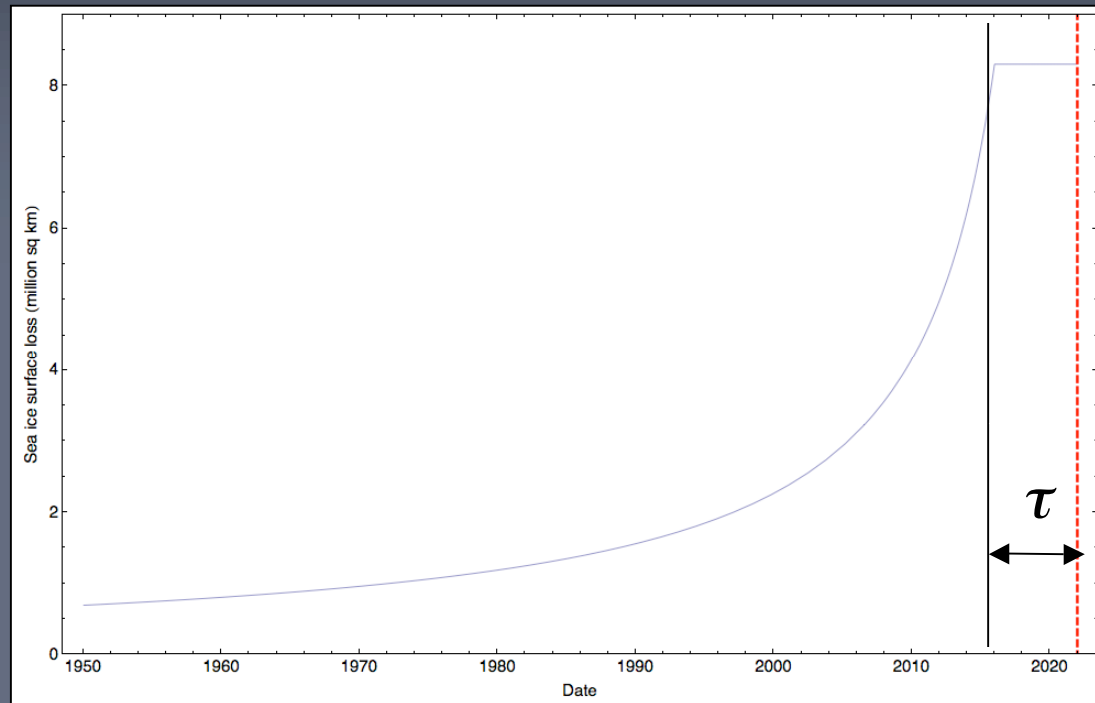
$\rightarrow 1 + g + g^2 + \dots = 1/(1-g)$, converge vers un temps critique t_c en accélérant : *log-périodicité* (discret), *lois de puissance* critiques en $(t_c - t)^g$ (continu). Incluse la périodicité comme cas particulier ($g=1$)₂

Evolution temporelle de la fonte de la banquise arctique

Laurent Nottale et Louis de Montera

Modèle critique

Surface perdue



Temps

t_f

t_c

Epoque de fonte totale

Temps critique

Banquise arctique. Données 2009-2010

U.S. National Snow and Ice Data Center

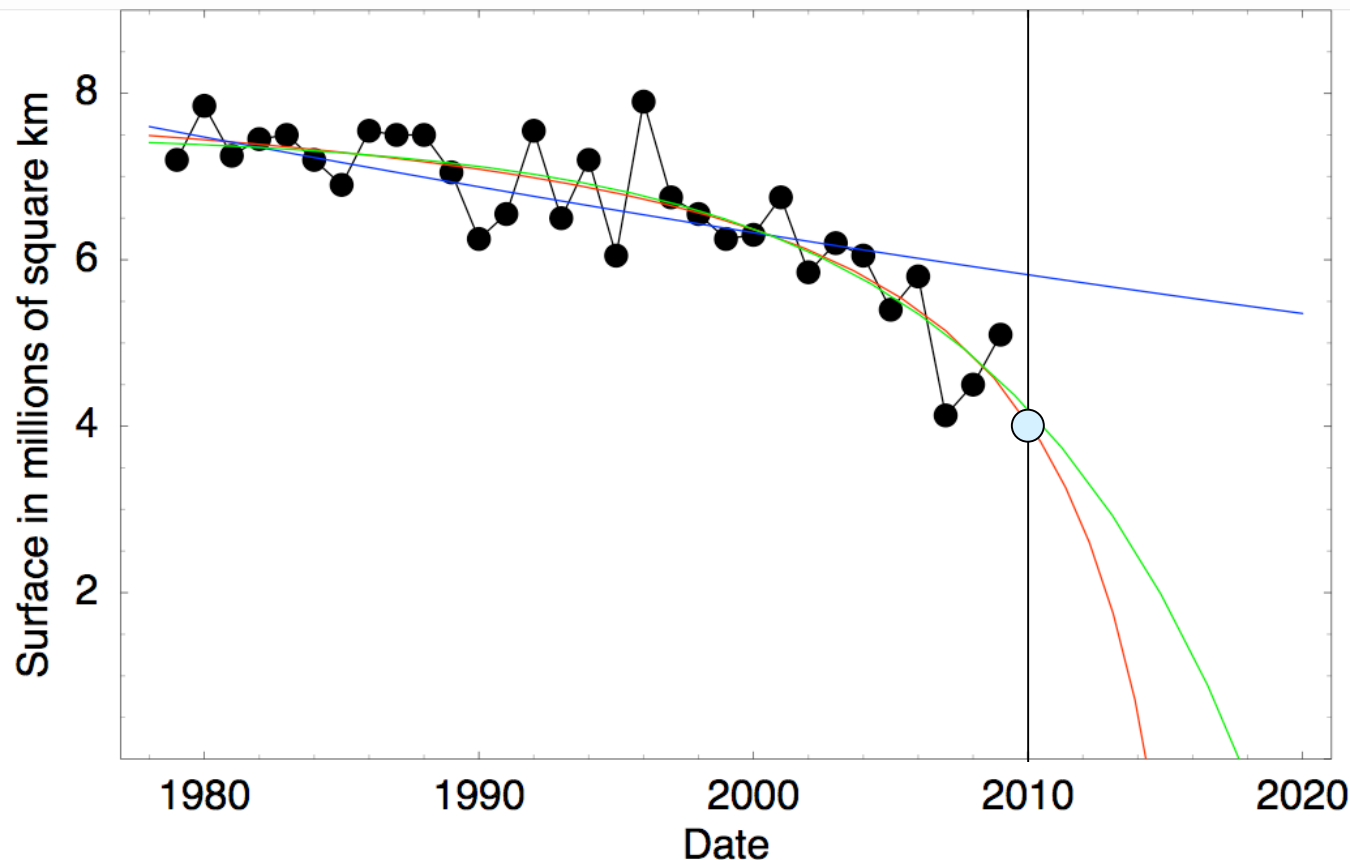
Loi exponentielle (fit par χ^2) : $t_{\text{Student}} = 10.21$, $\text{var} = 0.206$; $t_f = 2017-18$

$$S = 7.52 - 0.124 \exp(0.106 t)$$

Loi critique (fit par χ^2) : $t_{\text{Student}} = 10.16$, $\text{var} = 0.208$; $t_f = 2014$

$$S = 8.48 - 39.0 (2019 - t)^{-0.99}$$

Indistinguables avec ces données. Pas de séparation par le point 2010. $g = -1$.

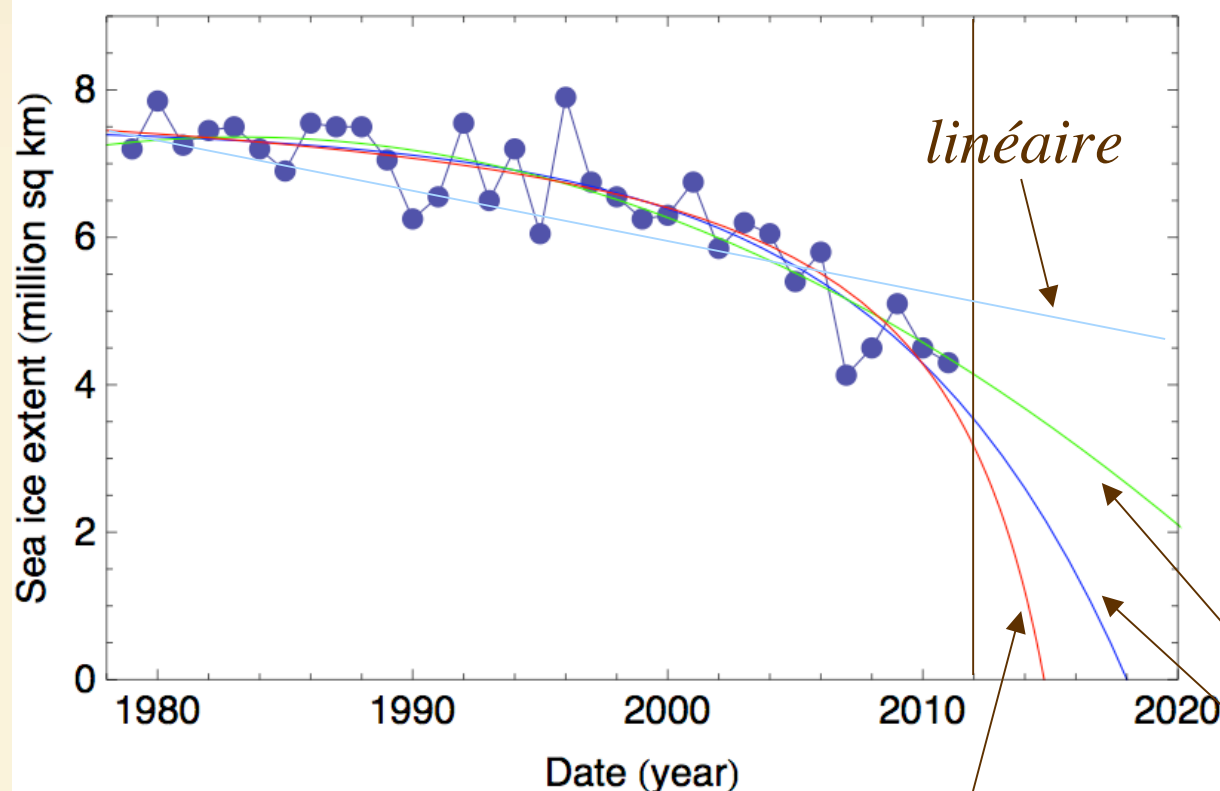


Fonte de la banquise arctique.

Données :U.S. National Snow and Ice Data Center (NSIDC, <http://nsidc.org/>).

Fetterer F., Knowles K., Meier W. & Savoie M., 2002, updated 2011, Sea Ice Index. Boulder Co. NSIDC.

Minimum (au 15 septembre) de chaque année. **Données 2011.**



Critique:

$\tau = 5.3$ ans

$t_c = 2020.7$

$t_f = t_c - \tau = 2015.4$

$S_0 = 8.5$ millions km^2

$\gamma = 1.01 \pm 0.01$

$t(\text{Student}) = 11.53$

Prédiction 2012:

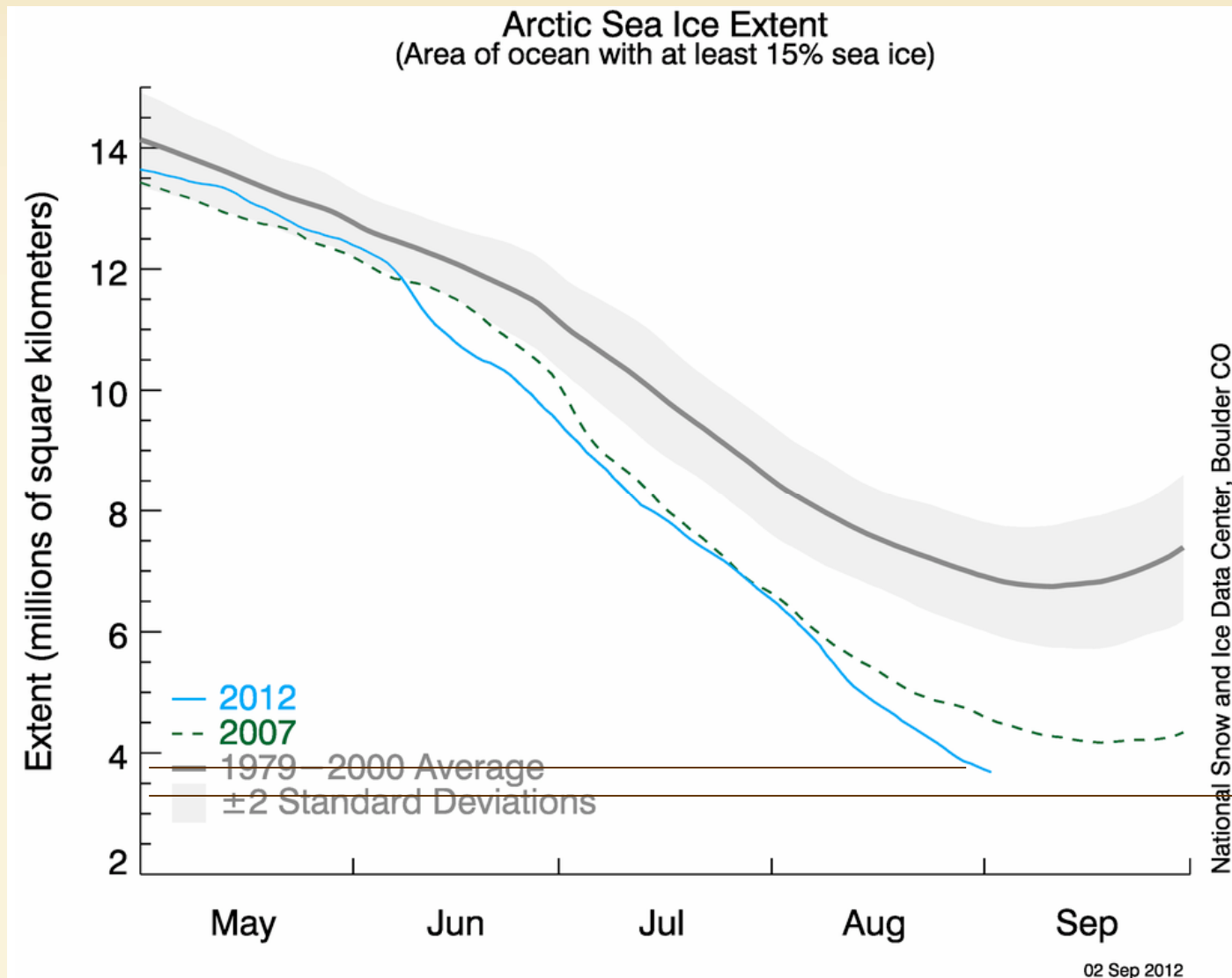
3.3 M km^2

parabolique

exponentiel

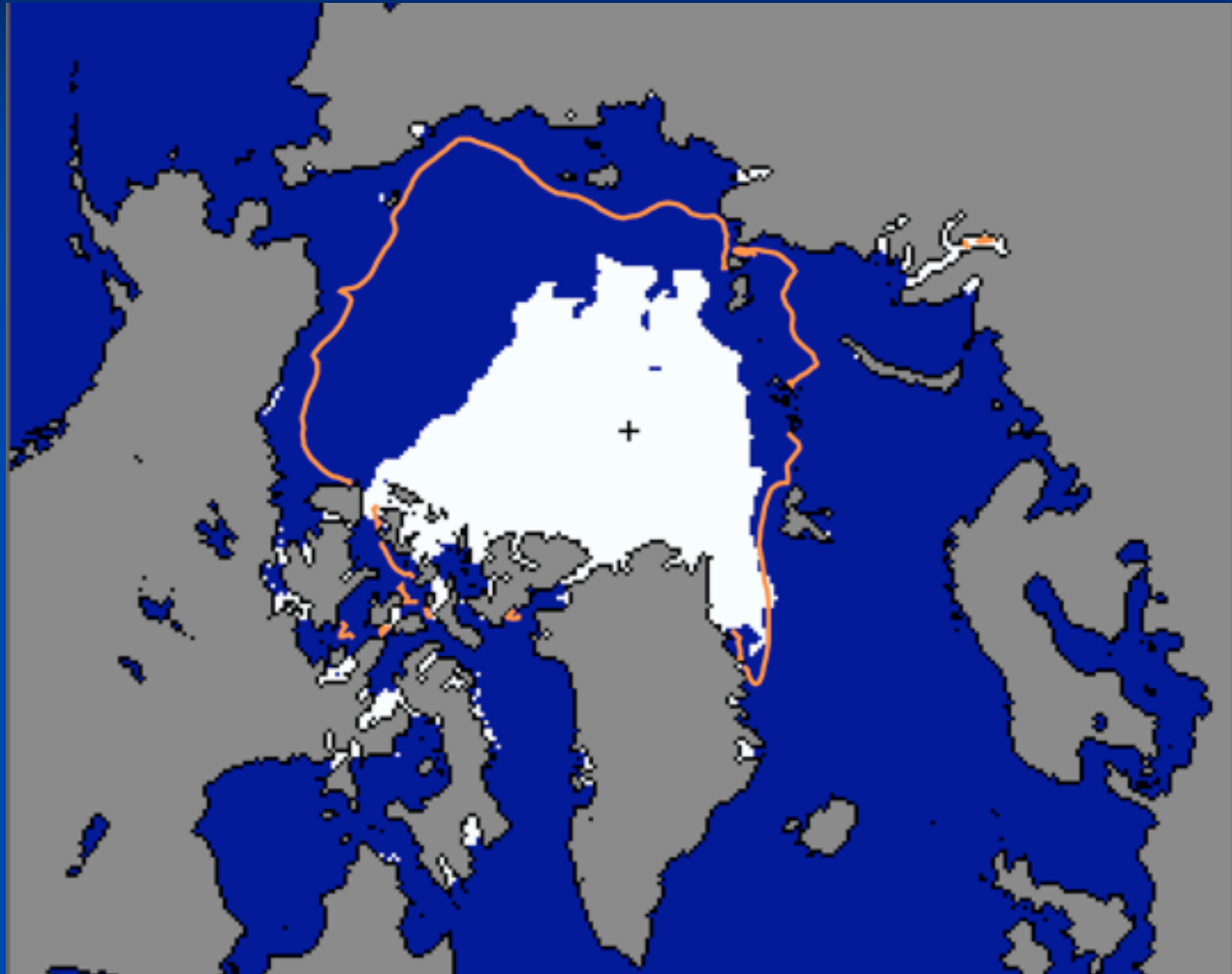
Ajustement par loi critique : $S = S_0 - [\tau / (t_c - t)]^\gamma$

Validation en cours : données au 2 Septembre 2012



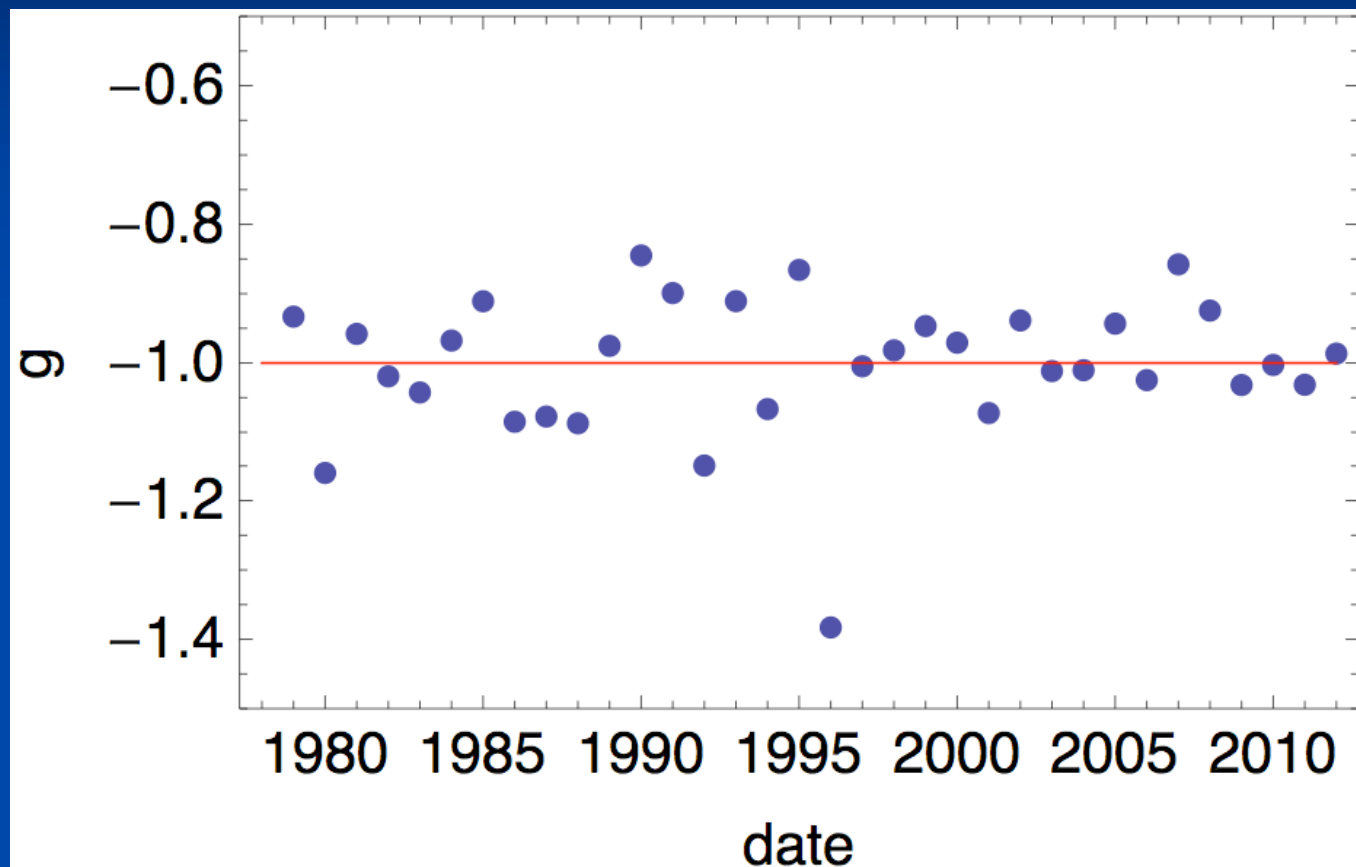
Valeur prédite

Sea Ice Extent (concentration >15%) 2-9-12



<http://nsidc.org/arcticseaicenews/>

Détermination de l'exposant



$g = -\gamma = -1.00 \pm 0.01$: stable , $\gamma = 1$!
→ suggère une loi physique simple sous-jacente

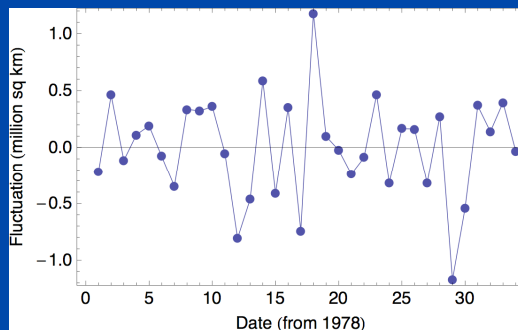
Evolution du meilleur ajustement au cours du temps (« extent »)

Date des dernières données	Epoque de fonte	Temps critique	Exposant	Surface maximale	Seuil	Dispersion résiduelle
----------------------------	-----------------	----------------	----------	------------------	-------	-----------------------

```

Year 2005:  tf = 2014.,  tc = 2018.2,  g = -1.,  y0 = 8.33032,  τ = 4.2,  sigma = 0.419115
Year 2006:  tf = 2016.,  tc = 2021.2,  g = -1.,  y0 = 8.4989,  τ = 5.2,  sigma = 0.414706
Year 2006:  tf = 2014.,  tc = 2018.,  g = -1.,  y0 = 8.27432,  τ = 4.,  sigma = 0.415572
Year 2007:  tf = 2012.5,  tc = 2016.5,  g = -1.,  y0 = 8.38967,  τ = 4.,  sigma = 0.445419
Year 2008:  tf = 2013.,  tc = 2017.4,  g = -1.,  y0 = 8.48402,  τ = 4.4,  sigma = 0.440564
Year 2009:  tf = 2014.5,  tc = 2019.4,  g = -1.,  y0 = 8.50615,  τ = 4.9,  sigma = 0.45643
Year 2010:  tf = 2015,  tc = 2020.1,  g = -1.,  y0 = 8.52557,  τ = 5.1,  sigma = 0.452956
Year 2011:  tf = 2016.,  tc = 2021.9,  g = -1.,  y0 = 8.68349,  τ = 5.9,  sigma = 0.44961
Year 2012:  tf = 2016.,  tc = 2022.,  g = -1.,  y0 = 8.71117,  τ = 6.,  sigma = 0.444231
    
```

Ex.:



Avec point 2012 à $S=3.3$:

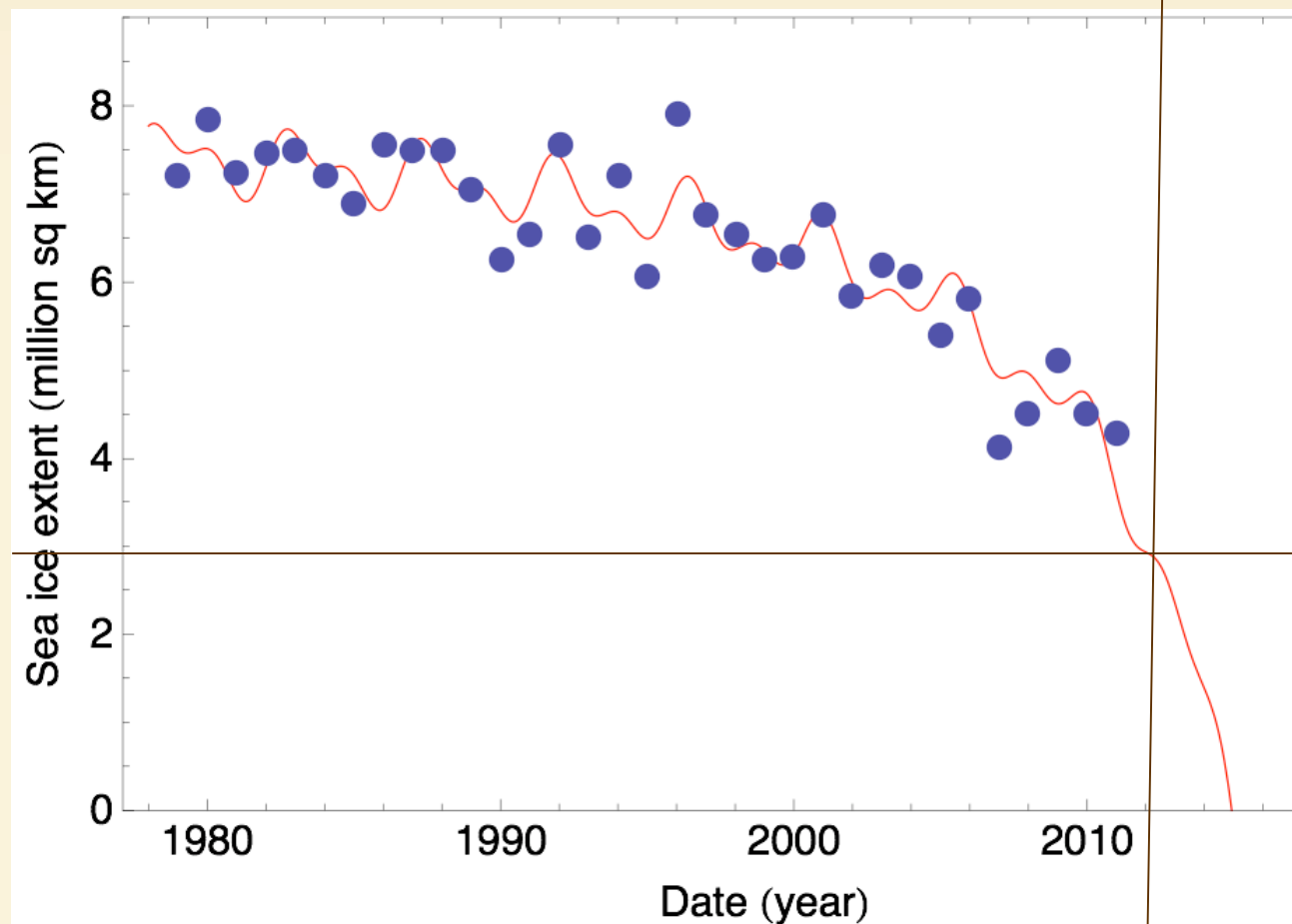
$t_f = 2015.1$, $t_c = 2019.8$, $g = -1.00$, $S_0 = 8.37$, $\tau = 4.7$ ans, $t_{\text{Student}} = 13.45$

Prise en compte de structures possibles dans les fluctuations

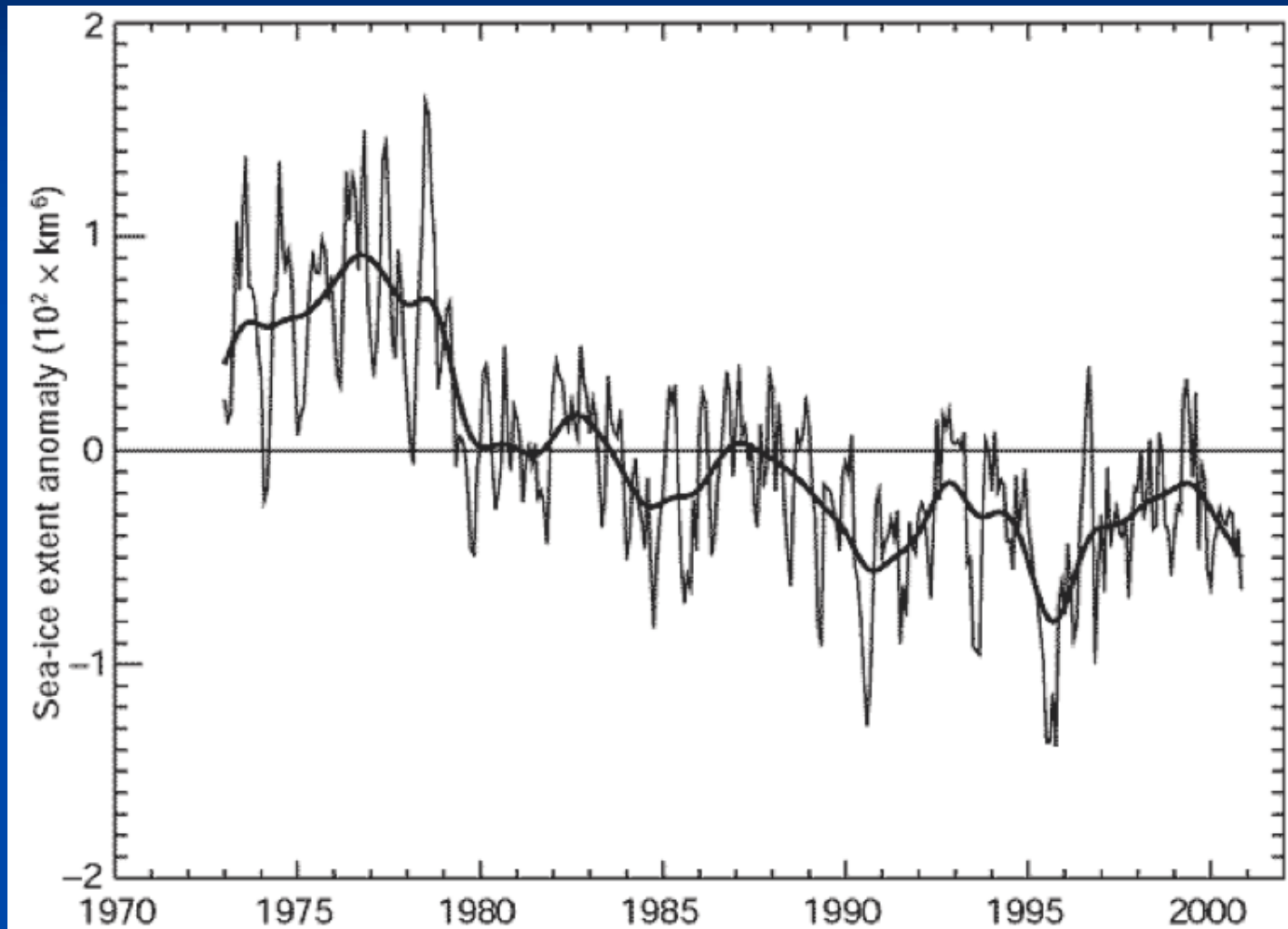
Période possible de 4.5-5 ans (et 2.3 ans) —> minima 2002, 2007, 2012

Valeur prédite dans ce cas $< 3 \text{ M km}^2$!

Effet de la correction : t_{Student} passe de 11.53 à 14.61.



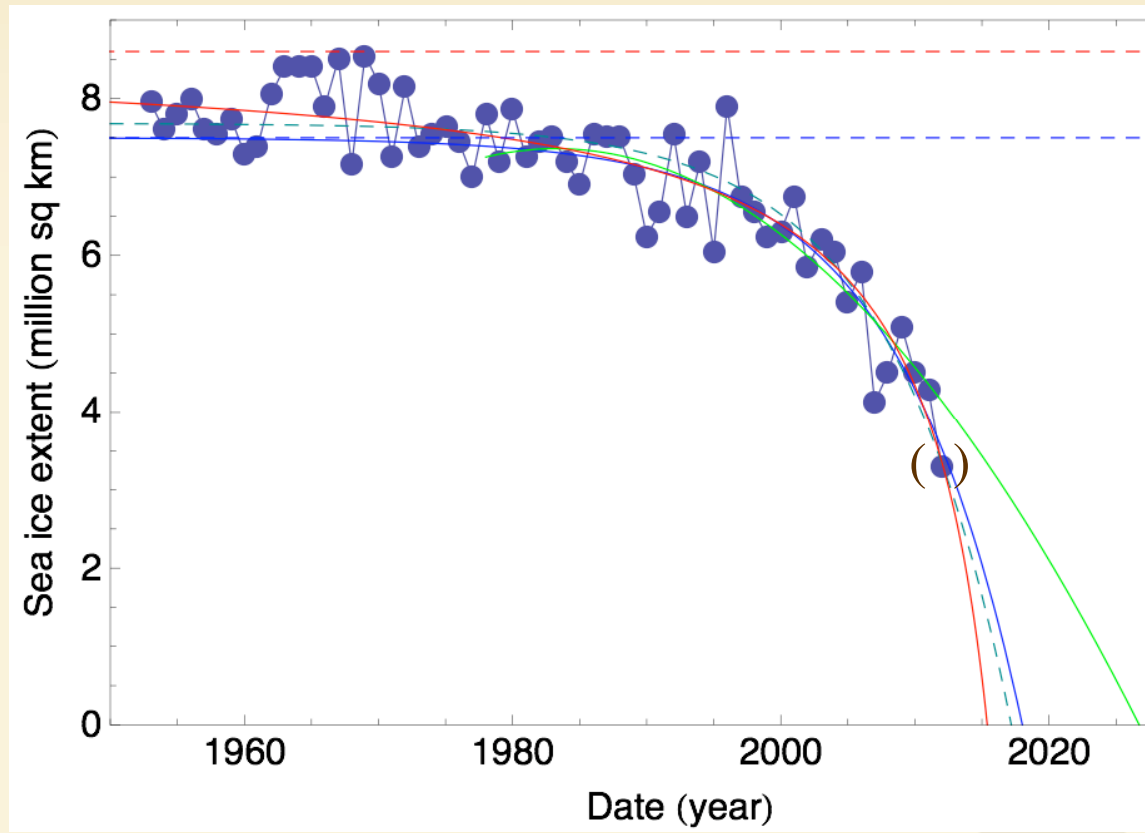
Confirmation de la période de ≈ 5 ans



[http : // www.ipcc.ch/ipccreports/tar/wg1/fig2 - 14. htm](http://www.ipcc.ch/ipccreports/tar/wg1/fig2-14.htm)

Discrimination entre modèles : rétroprédiction

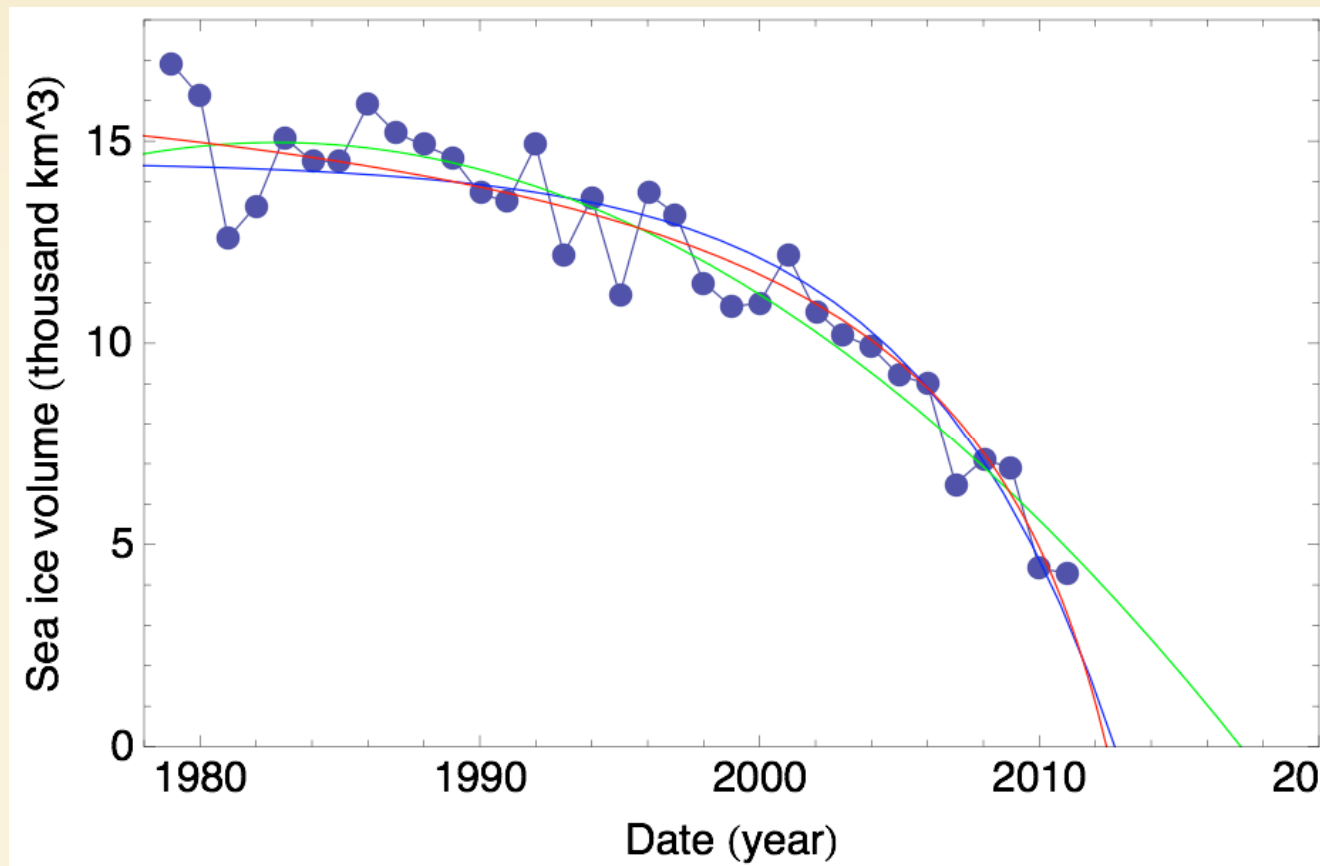
Données pré-satellite 1953-1978 : Canadian cryospheric information network : CCIN ([http : // www.socc.ca/seaice/seaice_hist _e.cfm](http://www.socc.ca/seaice/seaice_hist_e.cfm))



Fit loi critique, année 2012: $t_f = 2015.4$, $t_c = 2020.7$, $g = -1.00$, $S_0 = 8.6$, $\tau = 5.3$ ans, $t_{\text{Student}} = 18.61$: inchangé par rapport à 1979-2012, validé !
Modèle exponentiel: invalidé.

Evolution du volume de la banquise

Données: PIOMAS (Pan-arctic Ice Ocean Modeling and Assimilation System):
Bremen / Schweiger et al. 2011 JGR Oceans



Ajustement année 2011: $t_f = 2012.6$, $t_c = 2017.9$, $g = -0.65$, $V_0 = 21.2$,
 $\tau = 5.3$ ans, Student = 18.14 $\rightarrow$ Fonte totale en 2013 ?! $g \approx -2/3$?

Banquise parabolique : données d'observation

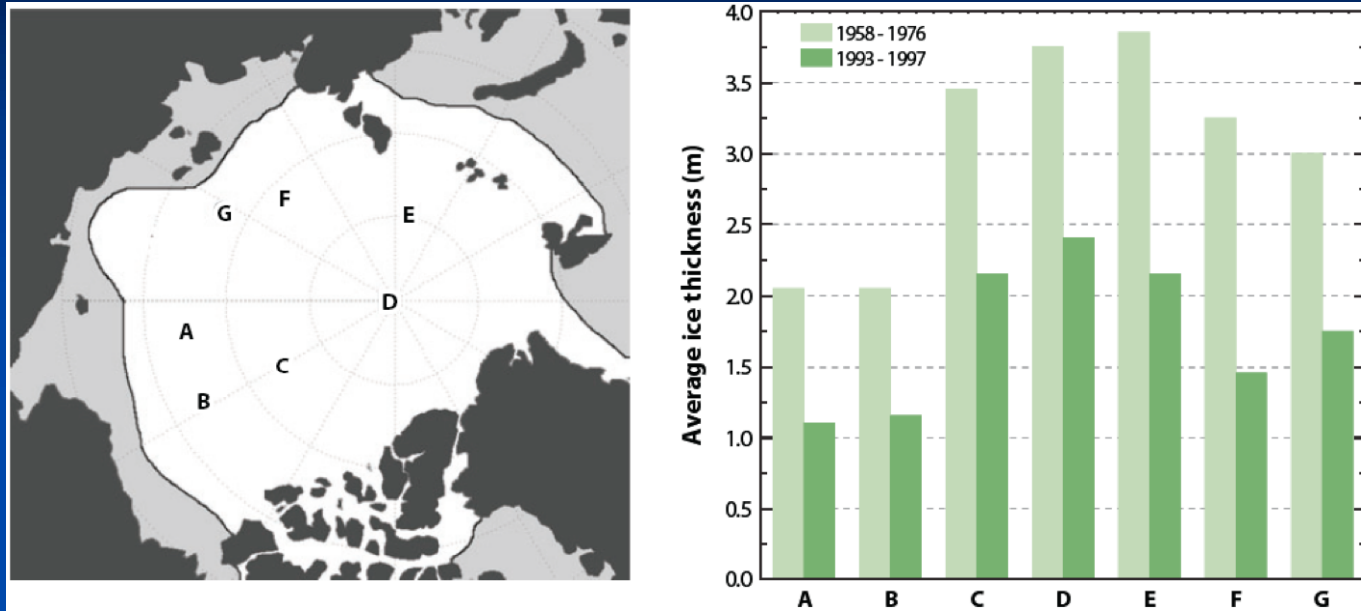
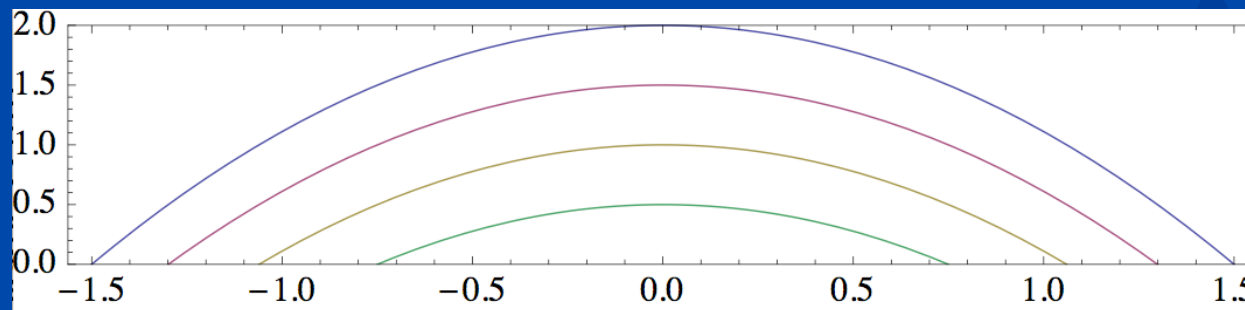


Figure 10

Changes in ice thickness as measured by submarines. Comparisons were made for seven different regions (A-G in map) and two time periods, 1958–1976 and 1993–1997. Results from Rothrock et al. (1999).

Ref: Loss of Sea Ice in the Arctic ,Donald K.Perovich and Jacqueline A.Richter - Menge, Annu. Rev. Marine. Sci. 2009.1:417-441

Modèle
de
fonte:



$$R \approx \sqrt{h_c}$$

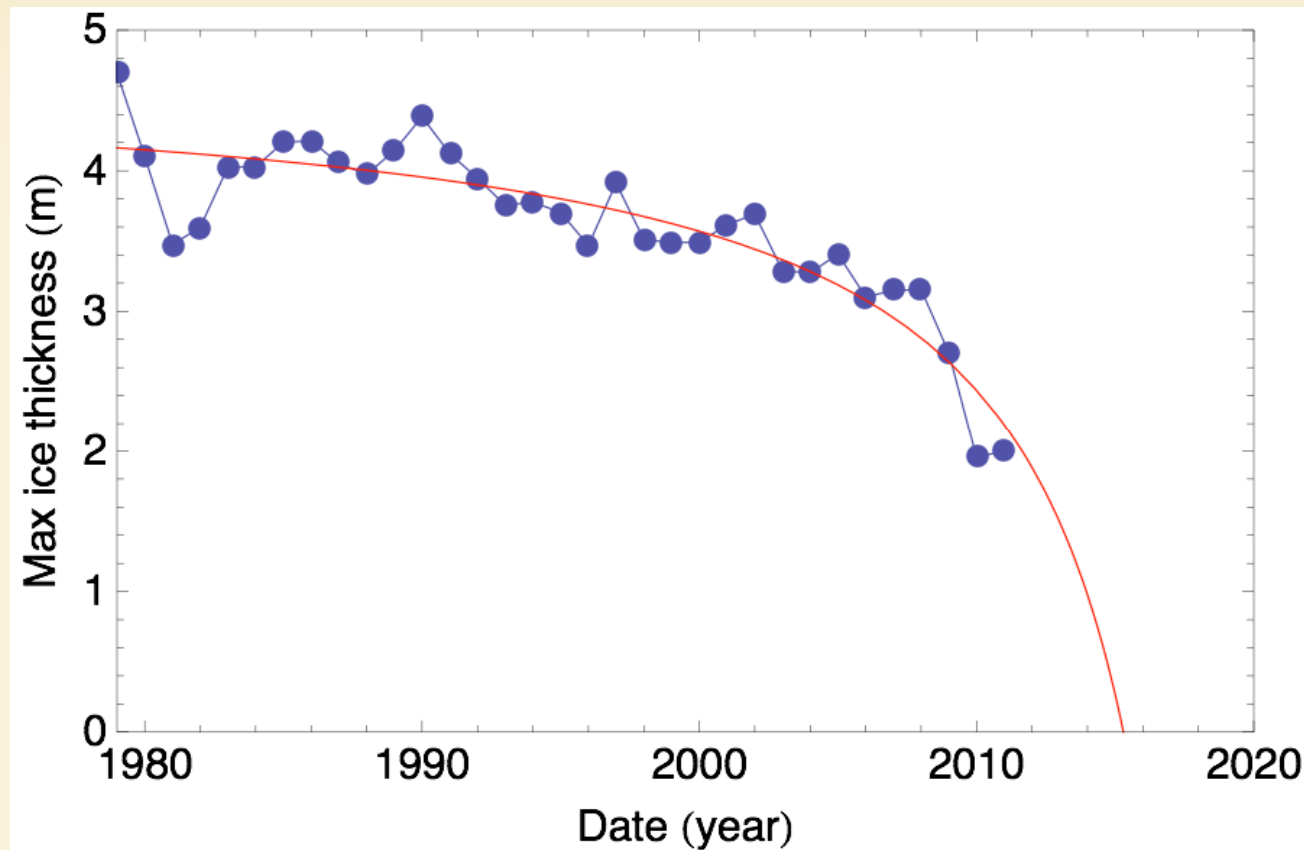
$$\rightarrow$$

$$S \approx h_c$$

Evolution de l'épaisseur

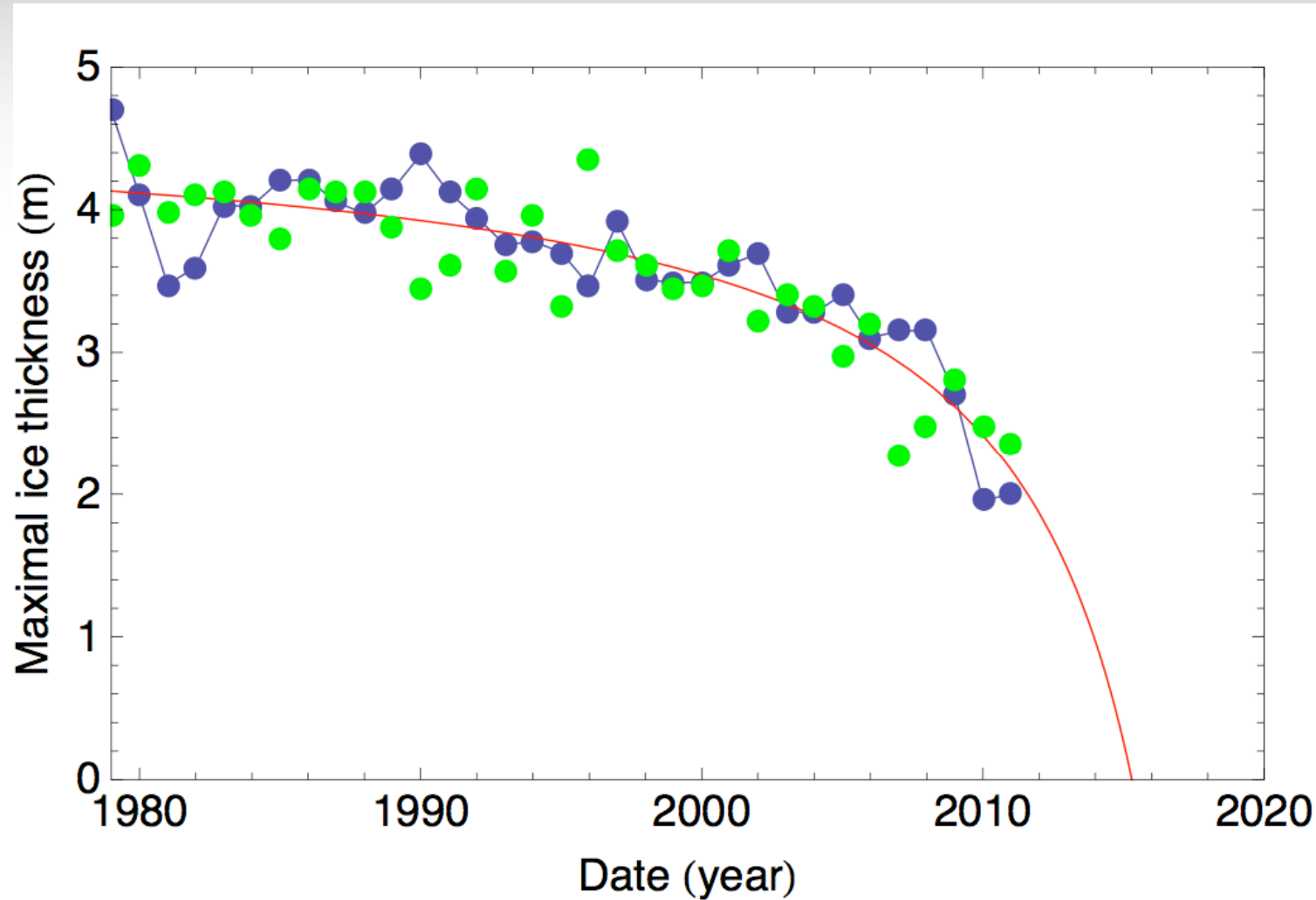
Modèle de banquise parabolique $\rightarrow : \langle h \rangle = h_c/2$

Fonte par $\Delta h = \text{cste} \rightarrow h$ doit varier comme S : vérification ($\langle h \rangle = V/S$)



Fit loi critique, année 2011: $t_f = 2015.3$, $t_c = 2020.3$, $g = -1.00$, $h_0 = 4.7$ m, $\tau = 5.0$ ans, Student = 11.87. Mêmes valeurs que « sea ice extent » $\rightarrow$ validé

Epaisseur vs. Surface : comparaison directe



Sea ice extent

Modèle de fracture

De Montera 2011:

F_1 = force due à la viscosité s' appliquant sur la moitié 1 de la plaque

F_2 = force due à la viscosité s' appliquant sur la moitié 2 de la plaque

a = côté de la plaque

h = hauteur de la plaque

μ = viscosité dynamique

v = vitesse de l' eau

C = coefficient de cohésion de la glace

E = dissipation = flux d' énergie turbulente

$$F_1 = \mu a^2 v_1$$

$$F_2 = \mu a^2 v_2$$

$$\Delta F = \mu a^2 \Delta v$$

$$\Delta v = E^{(1/3)} a^{(1/3)} \text{ (Kolmogorov)}$$

$$\Delta F = \mu E^{(1/3)} a^{(7/3)}$$

$$T = C a h \text{ (tension nécessaire pour briser la plaque)}$$

$$\Delta F = \mu E^{(1/3)} a^{(7/3)} = T = C a h$$

$$\longrightarrow h = \mu / C E^{(1/3)} a^{(4/3)}$$

$$\text{Si } a_0 \longrightarrow a_1 = 2^{-1} a_0 = 0.5 a_0, h_0 \longrightarrow h_1 = 2^{(-4/3)} h_0 = 0.397 h_0$$

Glaces pérennes

Explication possible des différences de t_f (2013-2016) —>
Glaces pérennes = survivent sur plus d'une saison (moins salines et plus épaisses)

Perovich et al 2009 :

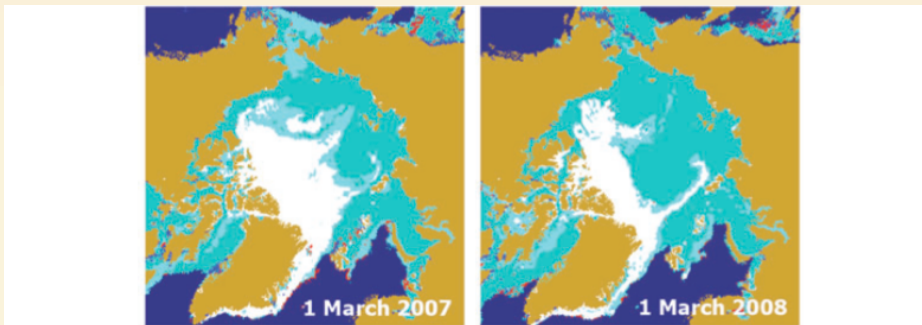
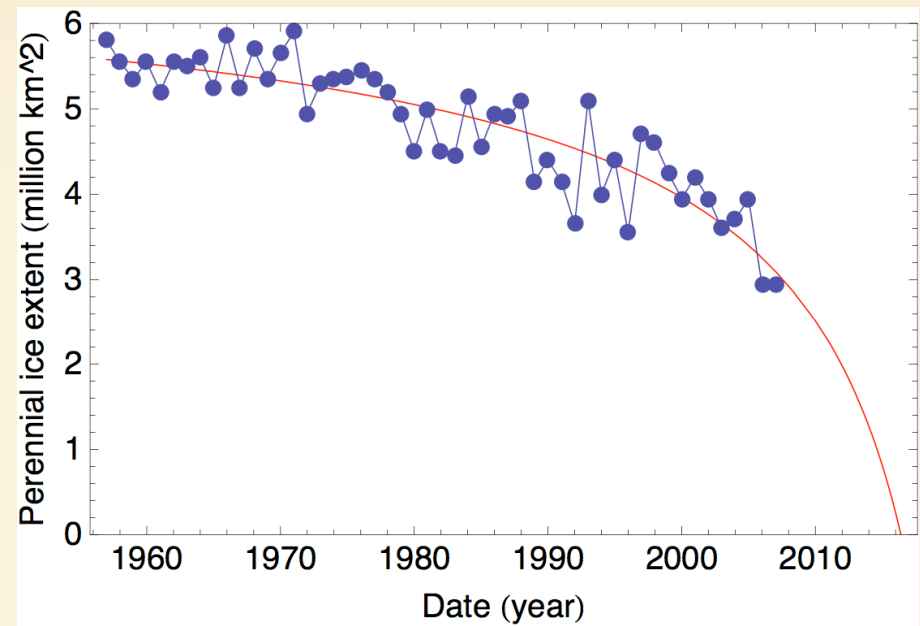


Figure 13

Maps of Arctic sea ice derived from QuikSCAT data for March 2007 and March 1, 2008, showing perennial sea ice (white), mixed ice (aqua), seasonal ice (turquoise), melt on ice surface (red), ice-free ocean (blue), and land (brown). Ice coverage was determined using QSCAT satellite results. Maps courtesy of S. Nghiem.



Ajustement modèle critique: $t_f = 2016.4$, $t_c = 2023.6$, $g = -0.68$, $S_0 = 7.1$, $\tau = 7.2$ ans,
 $t_{\text{Student}} = 13.61$

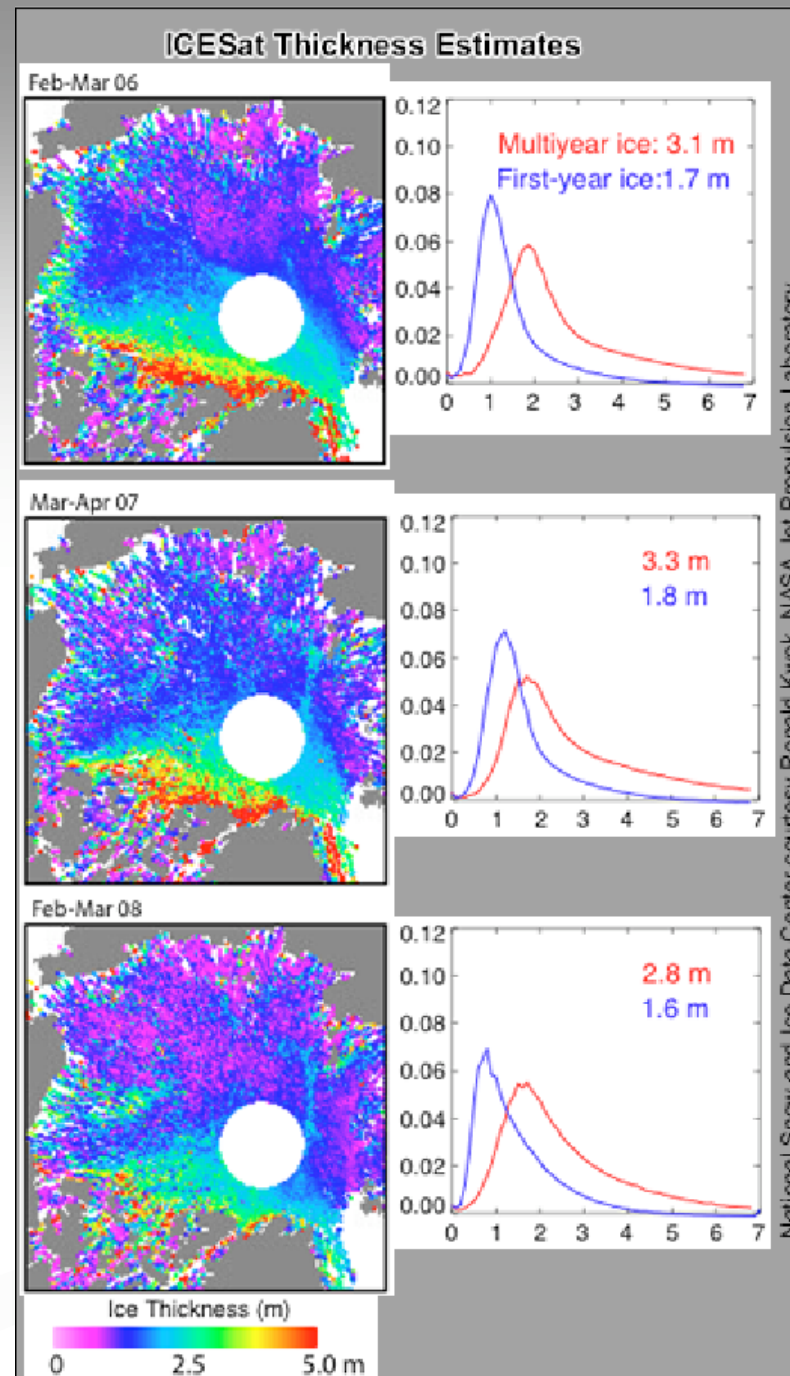
—> Plus haute valeur de l'époque de fonte: 2016-2017
Exposant égal à celui du volume : $g = -2/3$?

Confirmation : épaisseur des glaces pérennes / transitoires

Glaces pérennes : le
long de la côte
Canada- Groenland
→ date de fonte
plus tardive (2016 ?)

—>

Modèle de banquise :
parabolique incliné ?



Fonte de la banquise arctique.

Justification du modèle exponentiel / critique

The Arctic sea-ice cover: Fractal space-time domain,
A. Chmel, V.N. Smirnov and M.P. Astakhov

Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2005, Volume
357,p. 556

The temporal characteristics of the sea-ice motion were analyzed using the GPS-monitoring carried out during a drift of the ice camp “North Pole 32” in 2003. The detected accelerations of the ice field were found to be correlated in time. The energy release due to impact interactions between ice fields is distributed in accordance with a power law function. A relatively high value of its exponent ($b \approx 1.3$) as compared to similar b -value for earthquakes ($b \approx 0.9$) signalizes a high level of conservation in the sea-ice cover system and, correspondingly, low localization of spontaneous fracture events. The field observations were supplemented with the study of ice-cover fragmentation using the remote technique. **The analysis of satellite images confirmed the uniform character of fracture at various scale levels and fractal geometry of crack-and-lead pattern.** The spatial fractal dimension is not universal: it responds to the large-scale perturbations in sea-ice cover accompanied with the change of energy conservation. The shown time and length invariance in this permanently fracturing–restoring structure **characterizes the Arctic sea-ice cover as a self-organized criticality system.**

Propriétés « scalantes » (invariance d'échelle, multifractals...)

Scale properties of sea ice deformation and fracturing

J. Weiss and D. Marsan

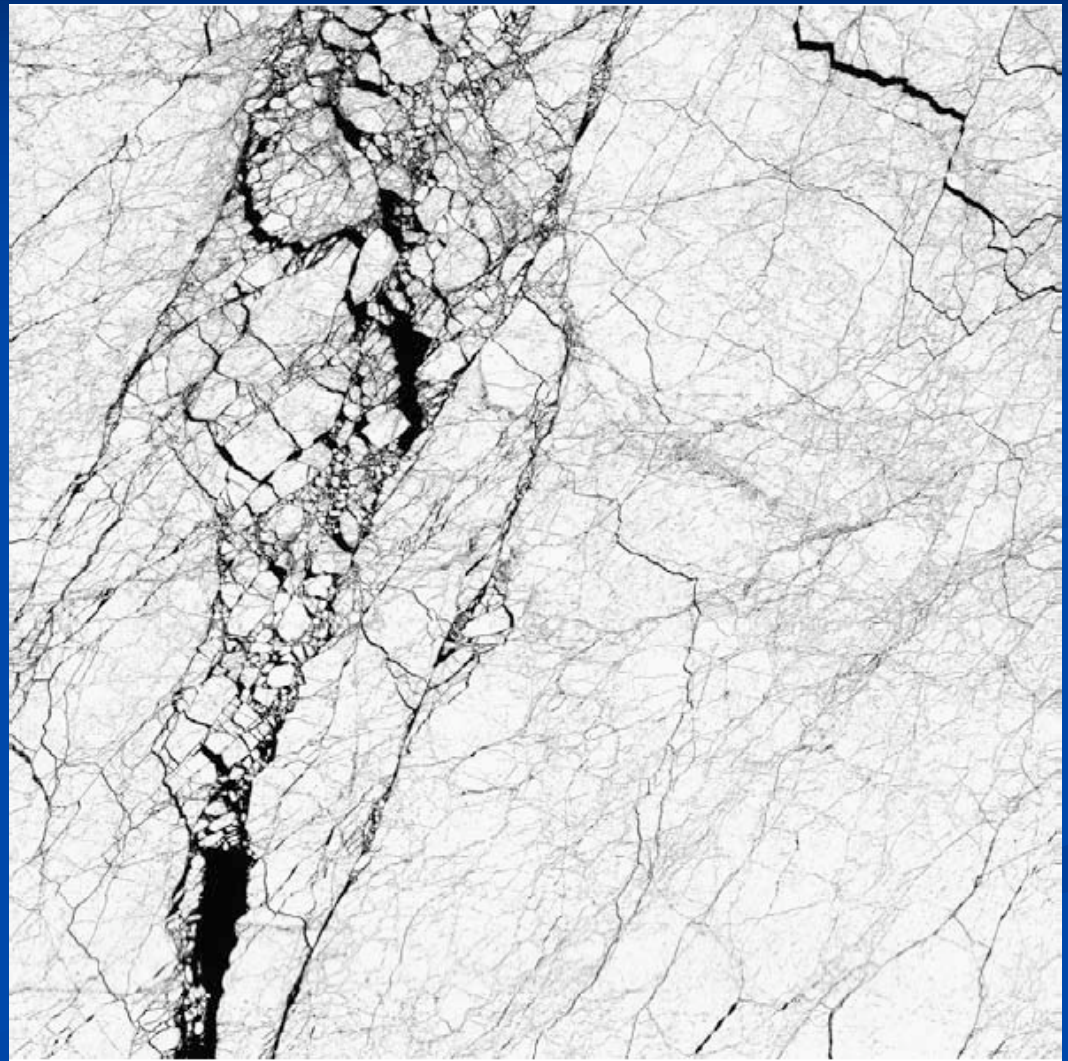
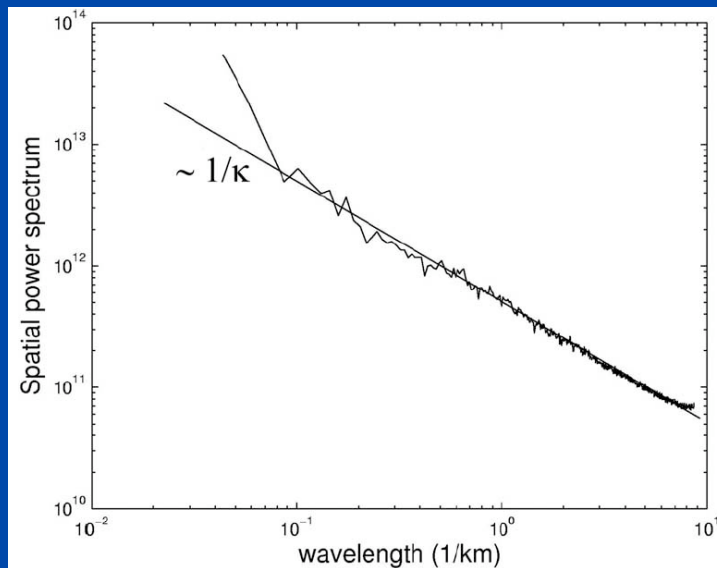
C. R. Physique 5 (2004)

735–751

Satellite SPOT, 1996

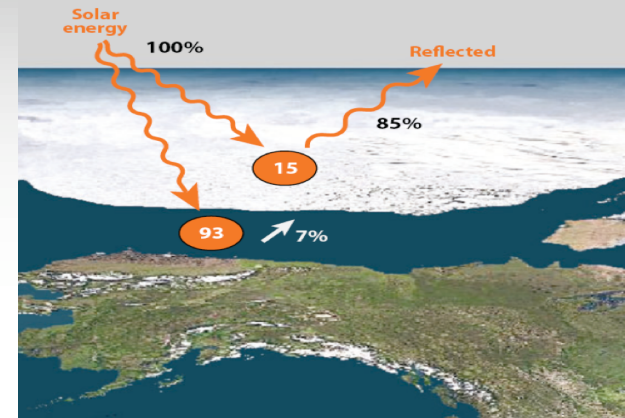
59 x 59 km²

14.4 m/px



Modèle simplifié :

* Fonte $\rightarrow$ augmentation de la surface de mer $\rightarrow$ augmentation de l'énergie solaire absorbée (différentiel + 80 % !) $\rightarrow$ emballement



* Fragmentation de la banquise $\rightarrow$ augmentation de la surface d'échange $\rightarrow$ accélération

$$S_I \sim 2^n, t \sim n \rightarrow \partial S_{\text{sea}} / \partial t \sim e^{at} \rightarrow S_{\text{sea}} \sim e^{at} \rightarrow S_{\text{ice}} \sim (1 - e^{at})$$

• Puis passage 2D $\rightarrow$ 3D : exponentielle $\rightarrow$ loi de puissance
voir Cichowlas (Thèse 2005; PRL 95, 264502, 2005)

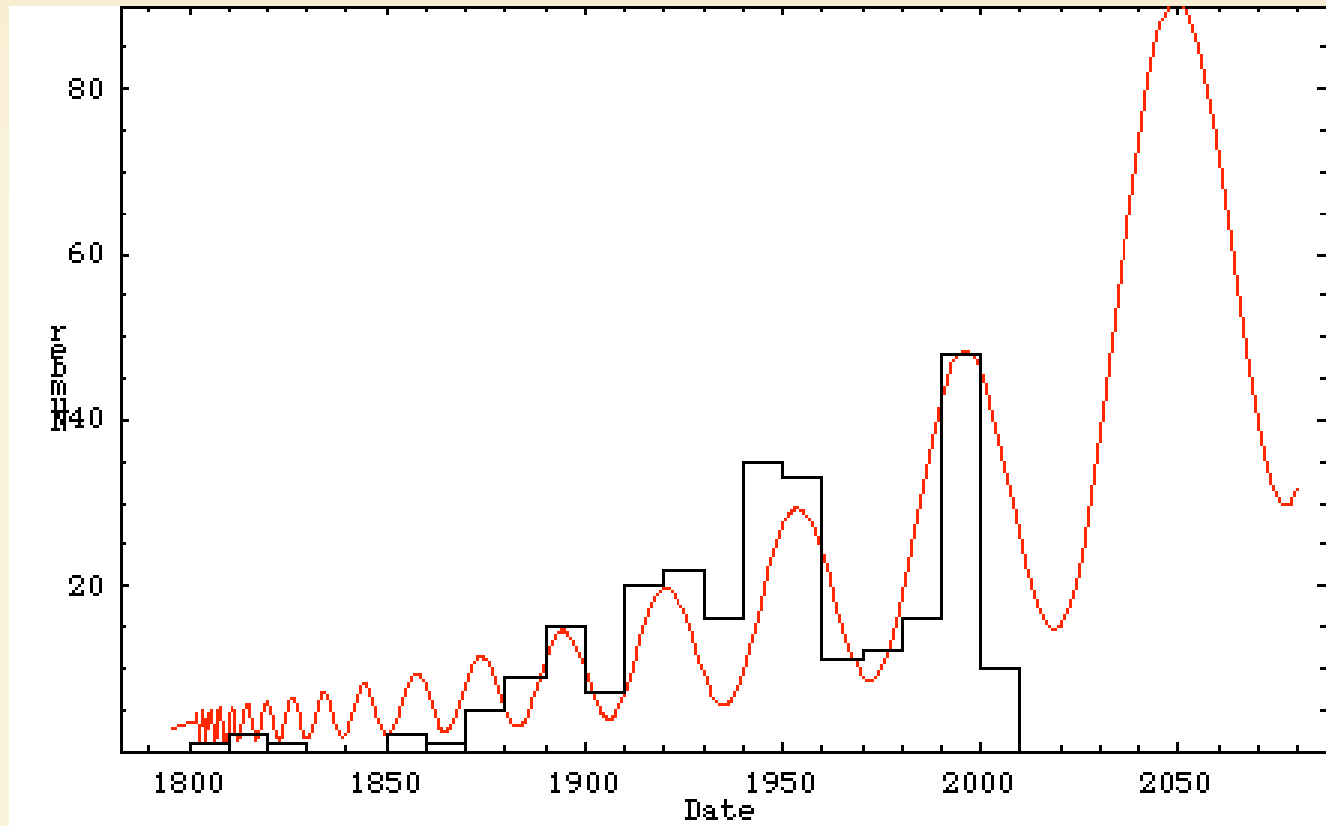
... en cours de développement ...

Séismes: décélération log-périodique de la distribution de probabilité des répliques

Laurent Nottale

Tremblements de Terre

Rappel : Taux de séismes en Californie du Sud (Nottale et Héliodore 2005)



Décélération log-périodique à partir de ~ 1796 , $g = 1.27$

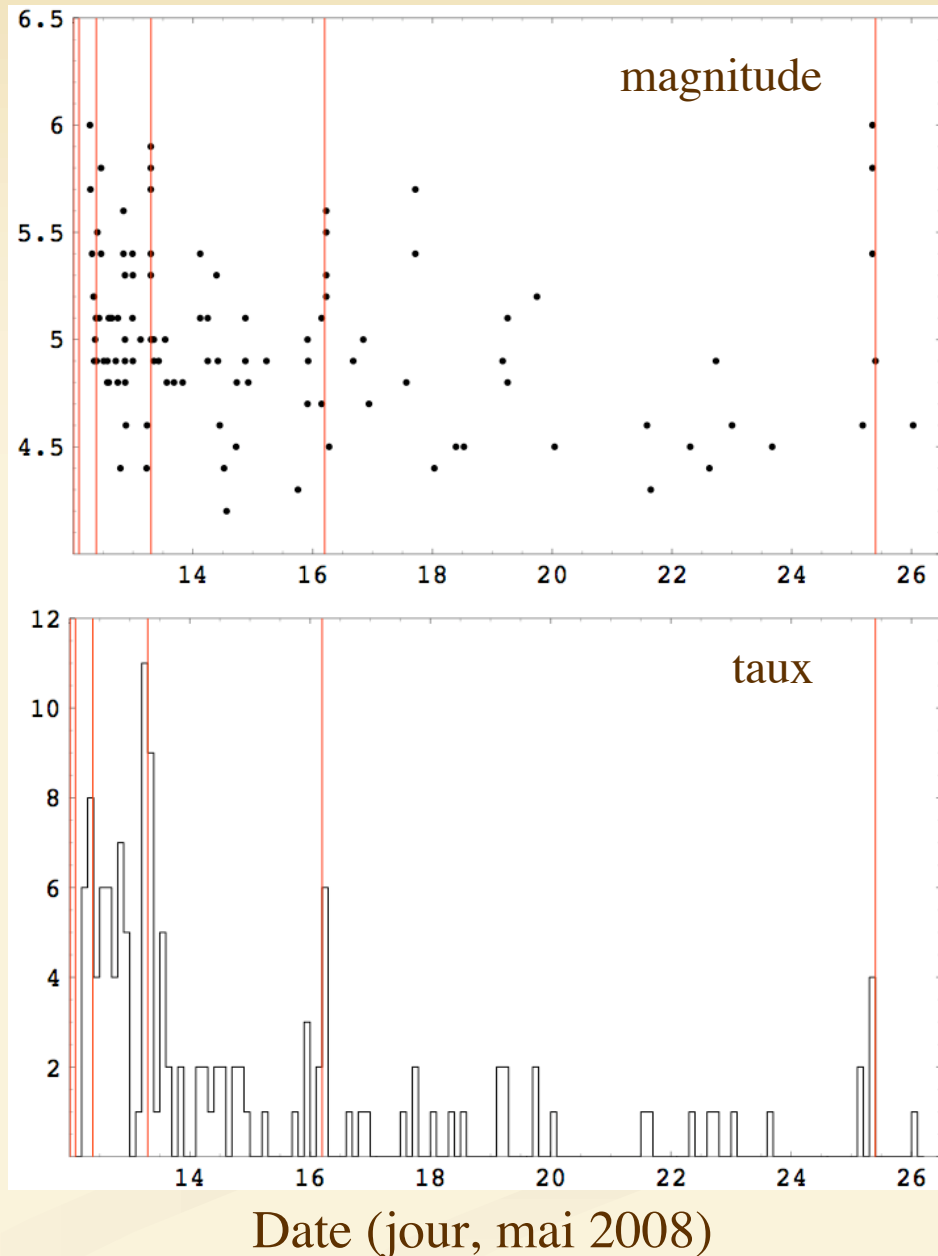
Tremblements de Terre. 1.

Sichuan 2008

*Analyse
en temps réel*

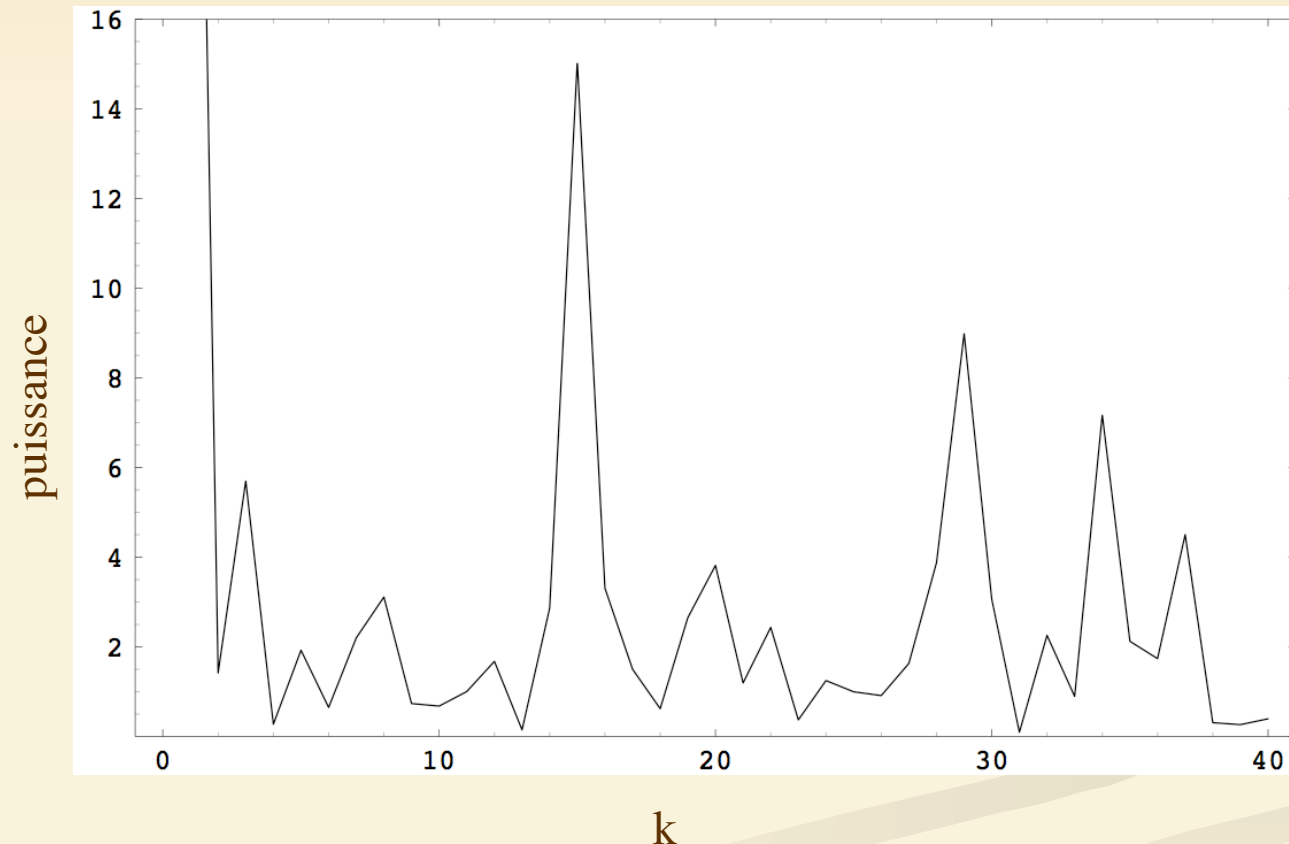
Décélération
log-périodique
des répliques à partir
du séisme principal

$$g = 3.2$$



Tremblements de Terre. 2.

Sichuan 2008. Reprise de l'analyse en 2010. Analyse par spectre de puissance.

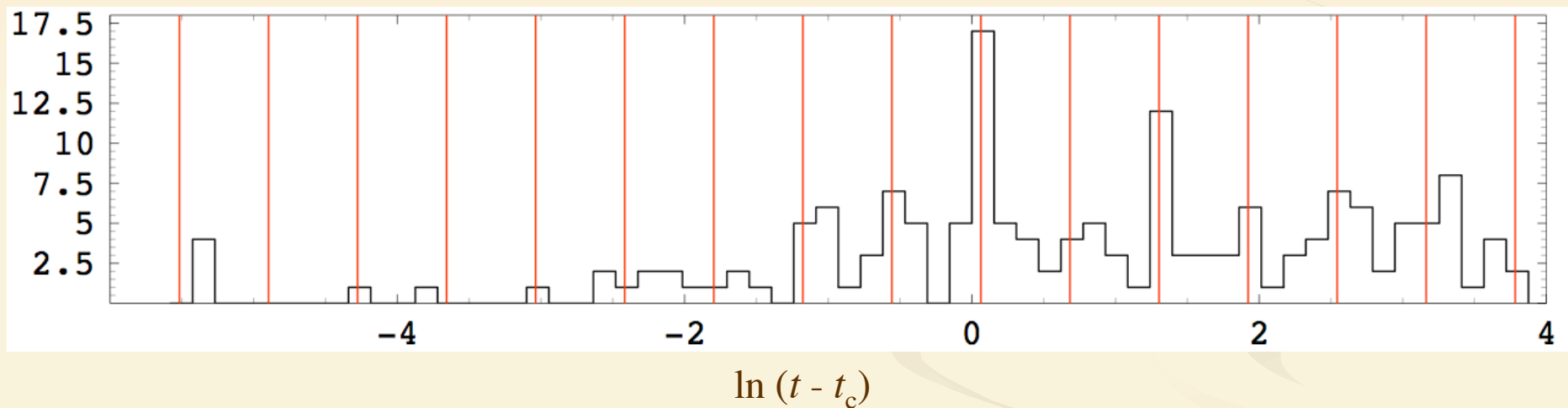


$t_c = 12.266$ (observé: 12.269); best fit, power = 15.01 (proba 6×10^{-6}),
période $\ln g = 0.619$, $g = 1.86$ ($\rightarrow g^2 = 3.4$: confirmation de 2008)₂₇

Tremblements de Terre. 3.

Sichuan 2008. Nouvelle analyse 2010

Nombre



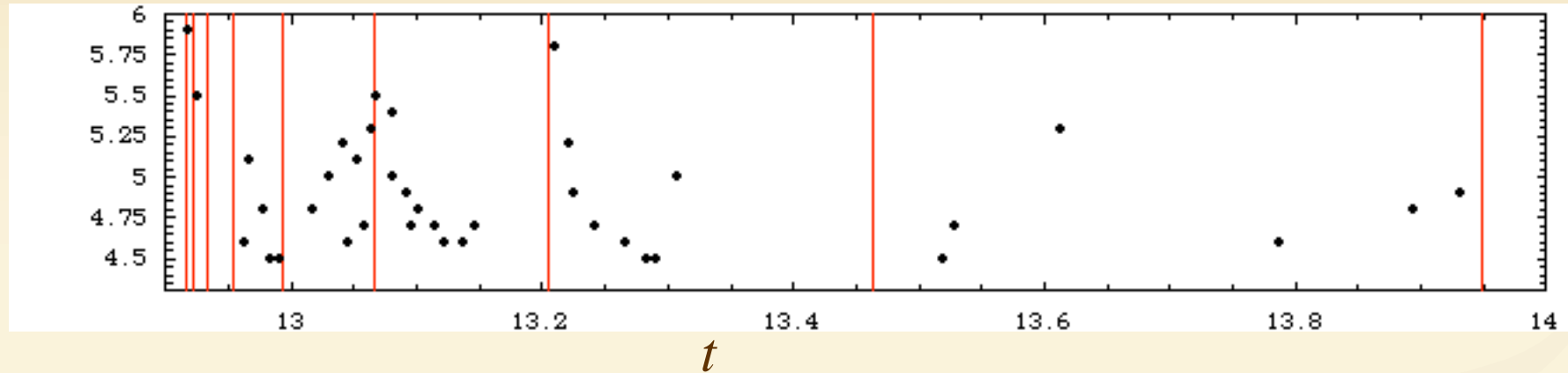
$t_c = 12.265$ (mai 2008)

Proba d'accord pic / creux : 0.0001

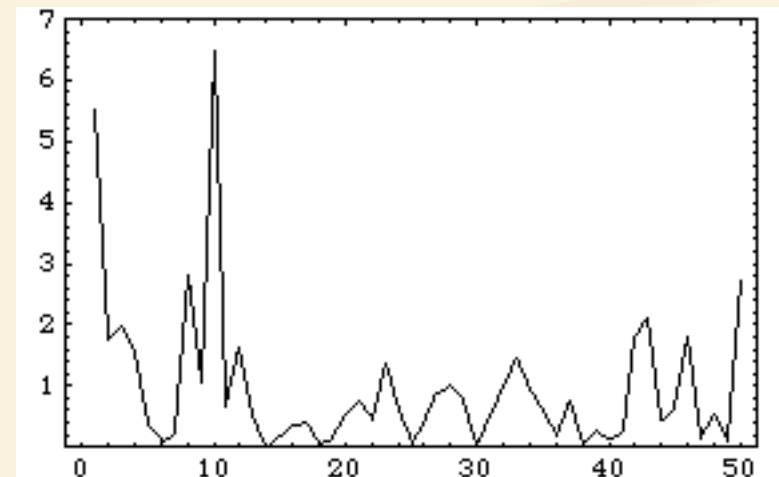
Tremblements de Terre. 4.

Haïti Janvier 2010. Etude des répliques.

mag



$k = 10$, power = 6.47331,
proba = 0.0304334
range = 4.86855, period = 0.486855,
 $g = 1.62719$

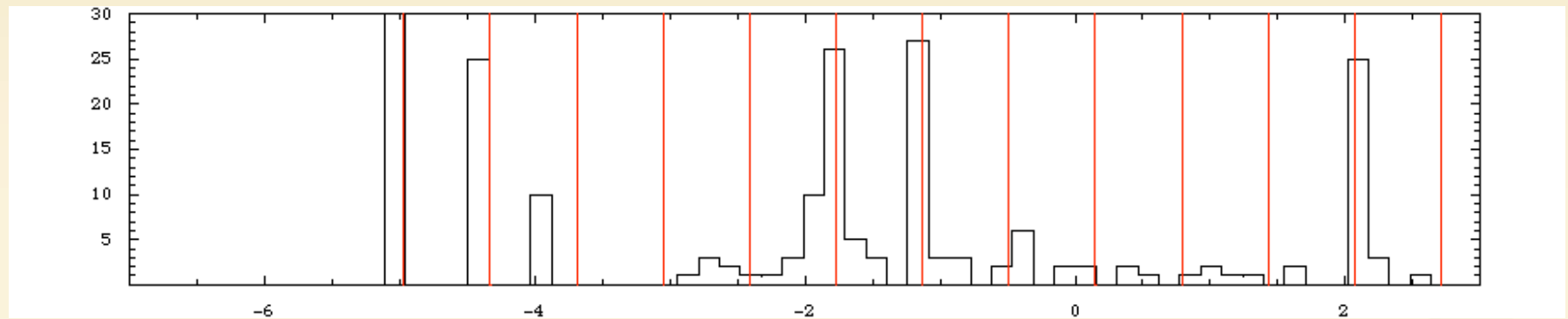


Power spectrum

Tremblements de Terre. 5.

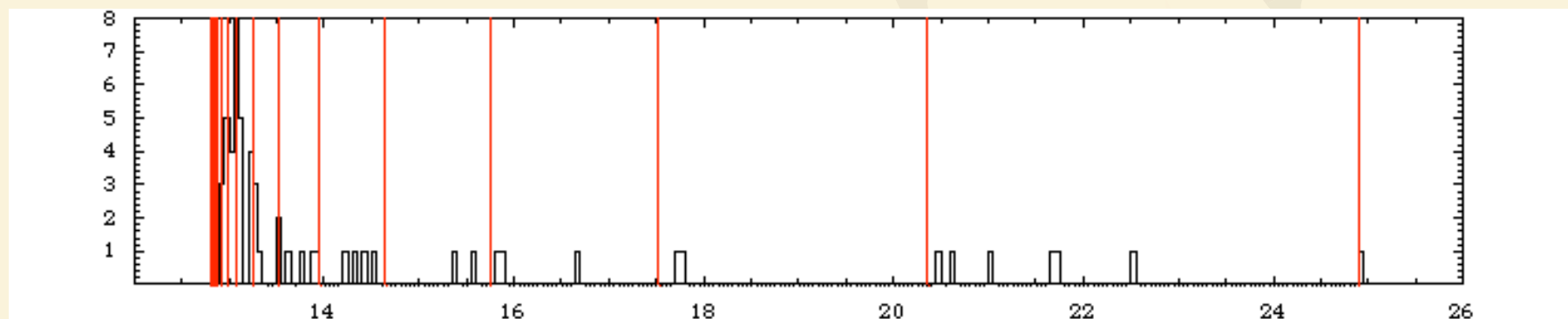
Haiti 2010

Energie totale: $\Sigma 10^{(\text{mag}-4.5)}$



$\ln(t - t_c)$

taux

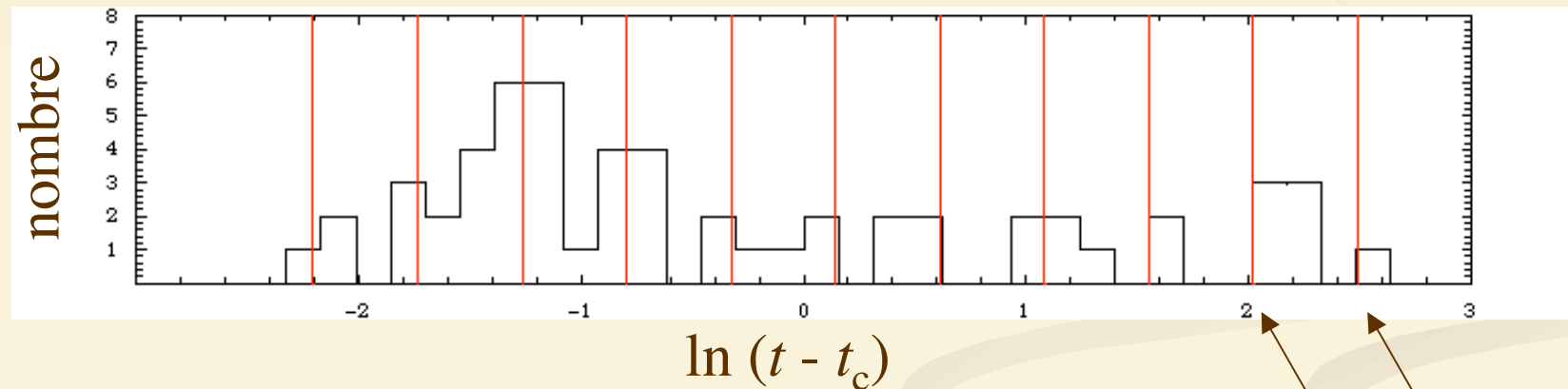


t

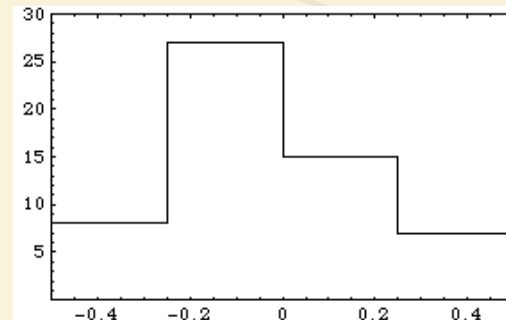
$g = 1.6$

Tremblements de Terre. 6.

Haiti 2010



Repliage sur la période:
proba 0.0002 d'obtenir une
telle fluctuation par hasard



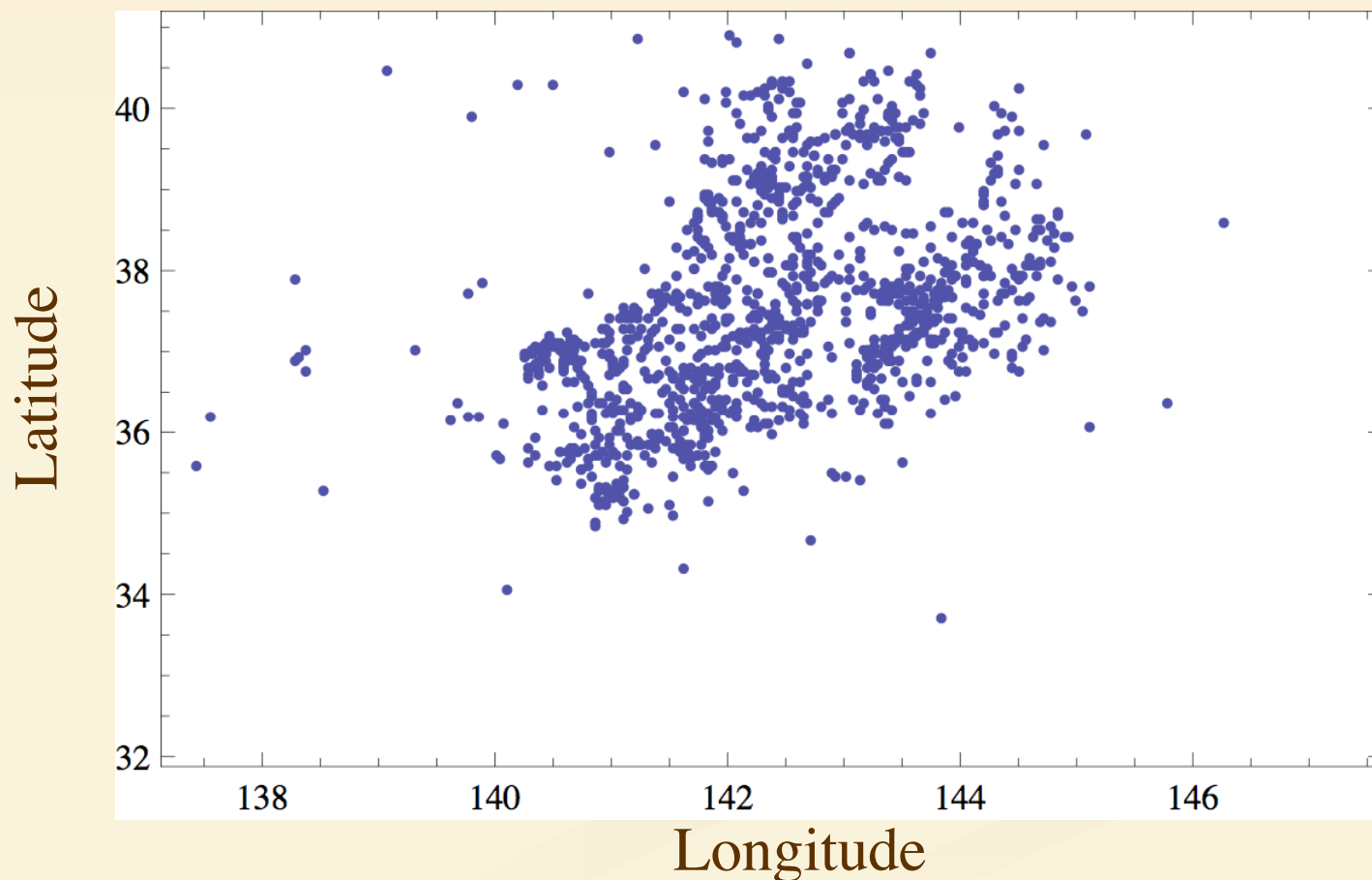
Répliques du
20 et du 25
prédites le 18
à <1 h près

Séisme du Japon 2011. 1.

Séisme magnitude 9.1 : $t_c = 11.24055 = 2011-03-11, 05h46m24s$ UTC

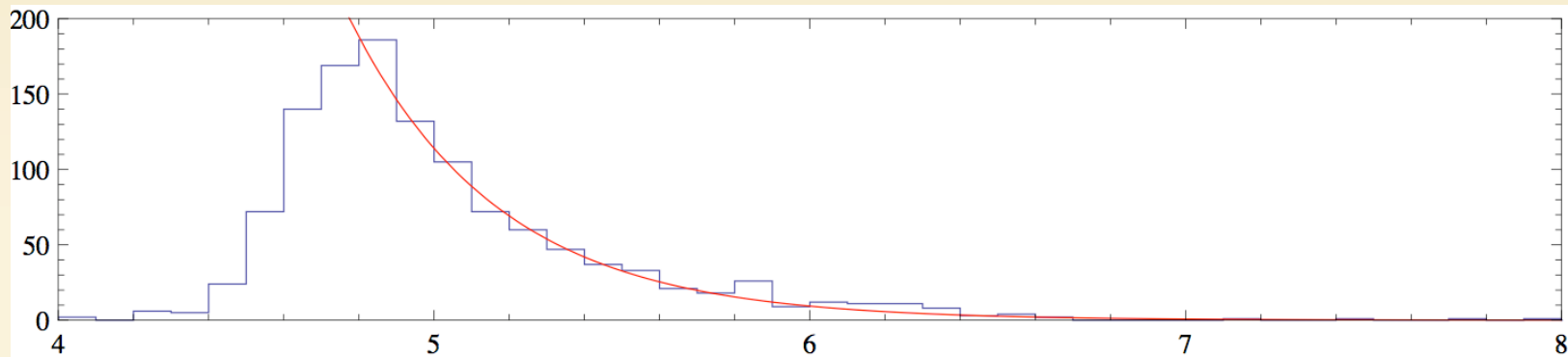
Au 16 mars 2012: 1887 répliques au dessus de la magnitude 4.0

Répartition spatiale des répliques (données <http://neic.usgs.gov/>) :

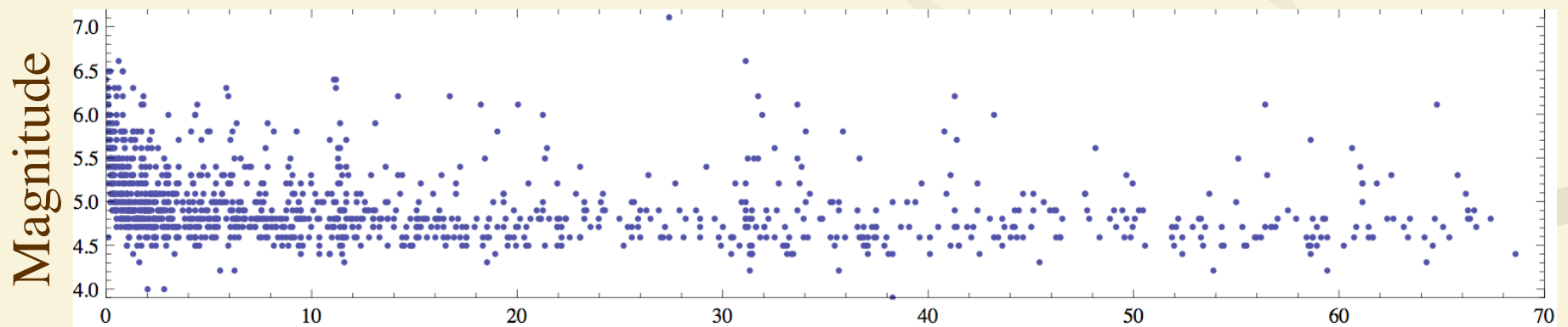


Japon 2011. 2.

Distribution des magnitudes ($10^{-m} = 1/E$) / complétude ($m > 4.8$)



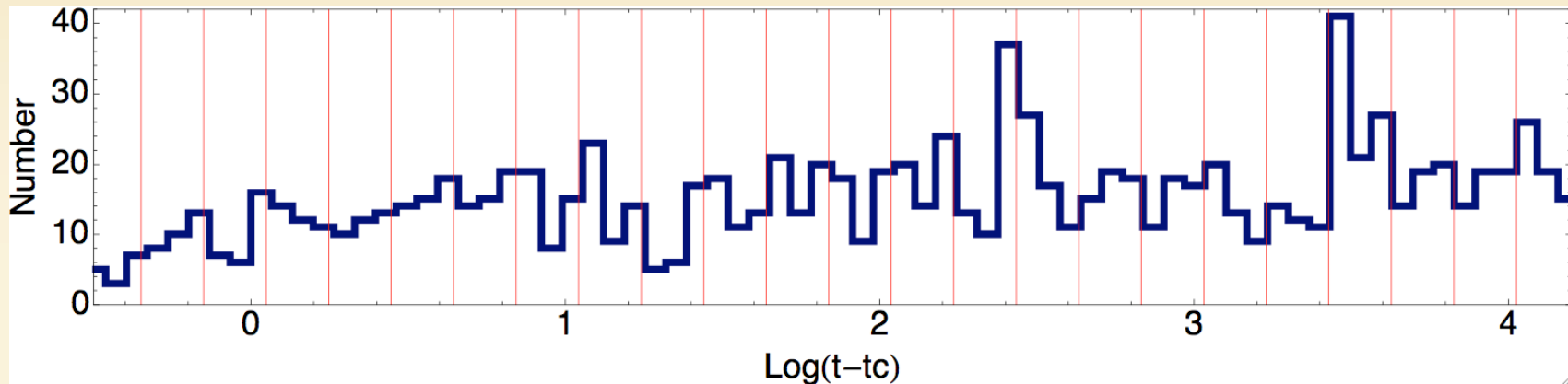
Données à 70 jours $m(t)$: 1221 répliques



Temps (jours depuis t_c)

Japon 2011. 3.

Histogramme de $\log(t-t_c)$:



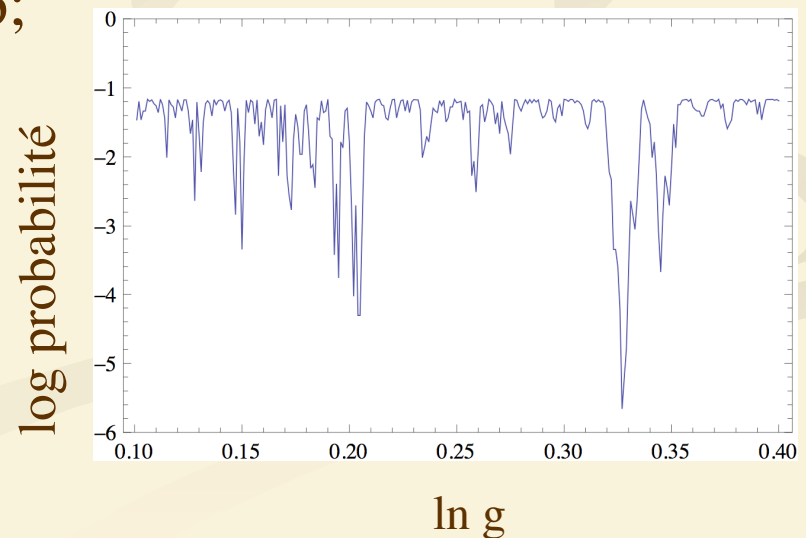
$t_c = 11.24055$ (date observée du séisme principal)

$g = 1.22$; $t_0 = 12.29$; $\text{bin} = 0.066$;

Ajustement de g (probabilité d'obtenir cette périodicité par hasard) :

$\ln g = 0.205 \rightarrow g = 1.227$ ($P < 10^{-4}$)

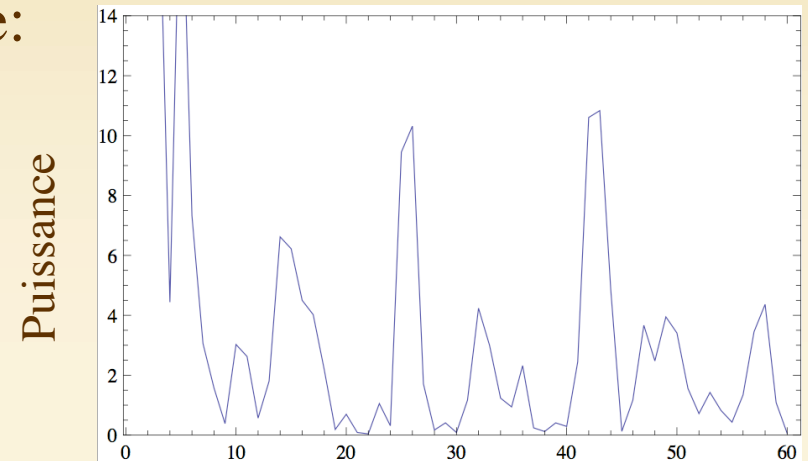
$\ln g = 0.36 \rightarrow g = 1.44$ ($P < 10^{-5}$): alias



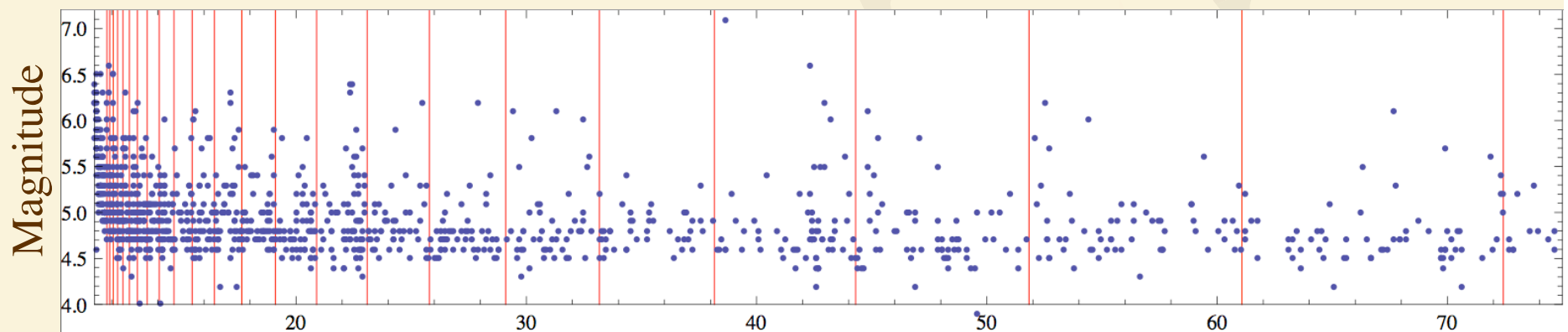
Japon 2011. 4.

Confirmation par spectre de puissance:

$g = 1.219$
power = 10.8
proba 4×10^{-4}



Résultat: pics de taux de réplique et de magnitude →



Date (jours après le séisme principal)

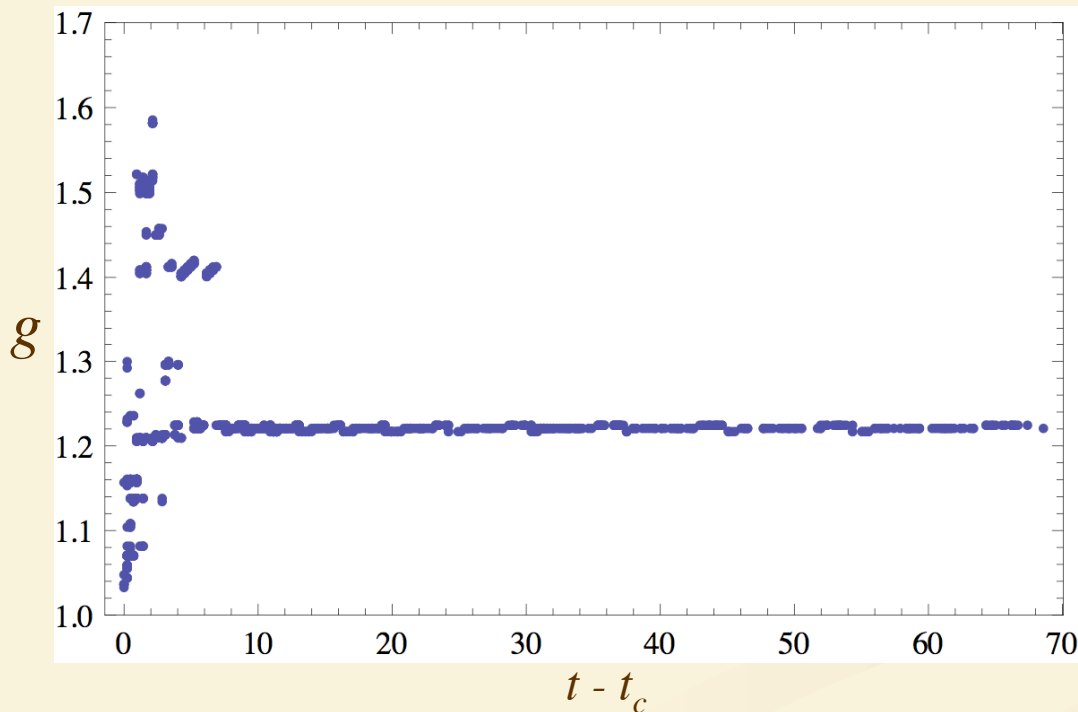
Nouvelle méthode : spectre de puissance au cours du temps

Pour chaque nouvelle réplique (n), on fait un « power spectrum » des valeurs de $\log(t_i - t_c)$, $i=1$ à n.

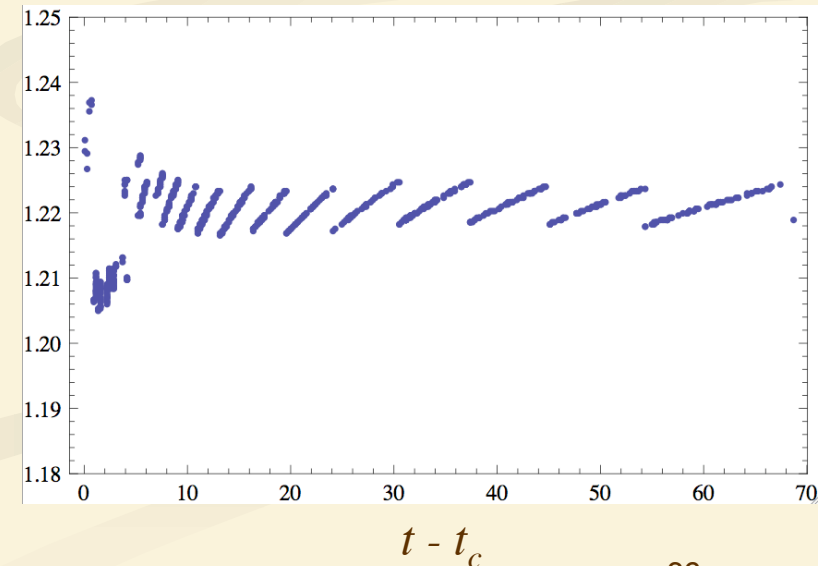
→ détermination des pics de log-périodicité significatifs

→ valeur(s) de g correspondante et leur probabilité d'être obtenue par hasard

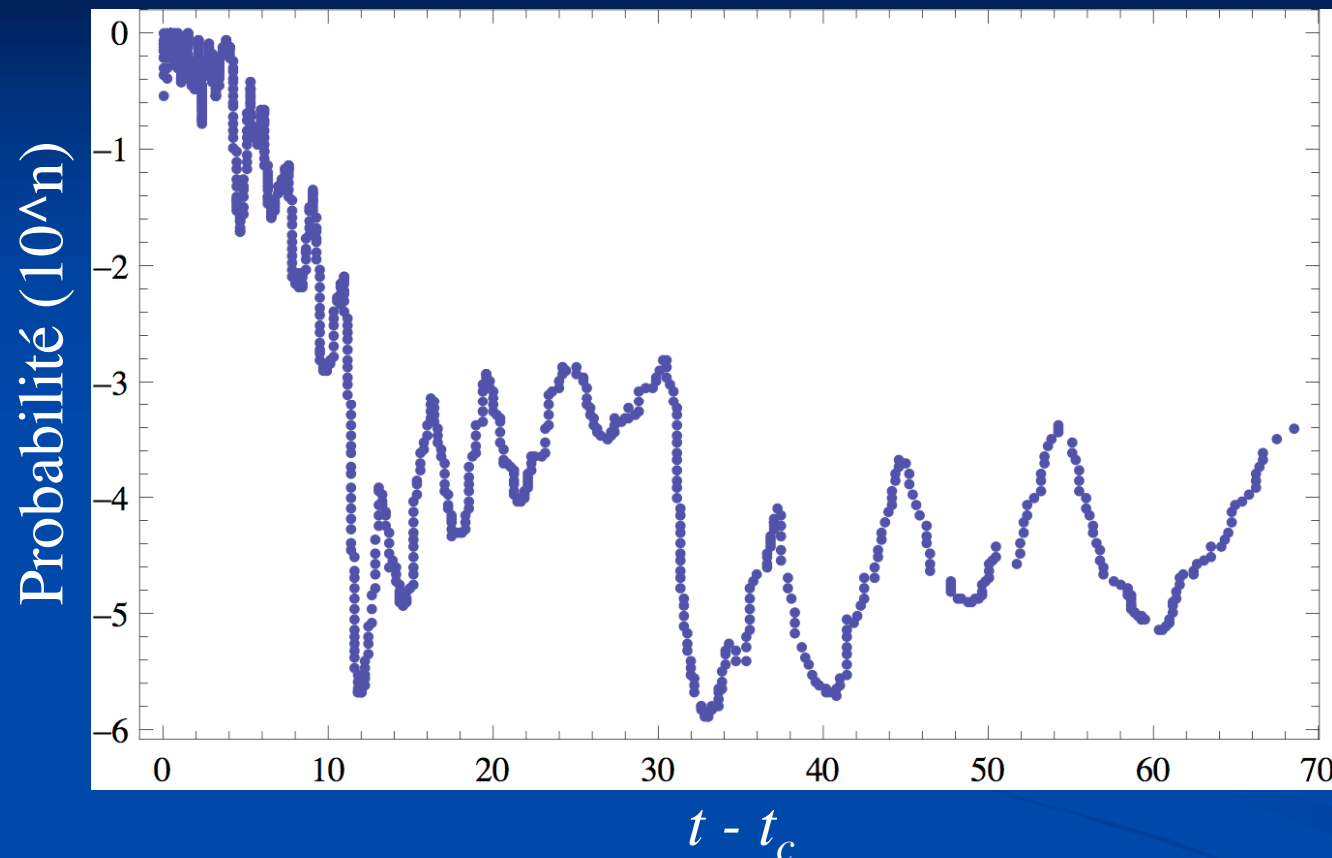
Résultat pour le séisme majeur du Japon :



$$g = 1.22 \pm 0.01$$

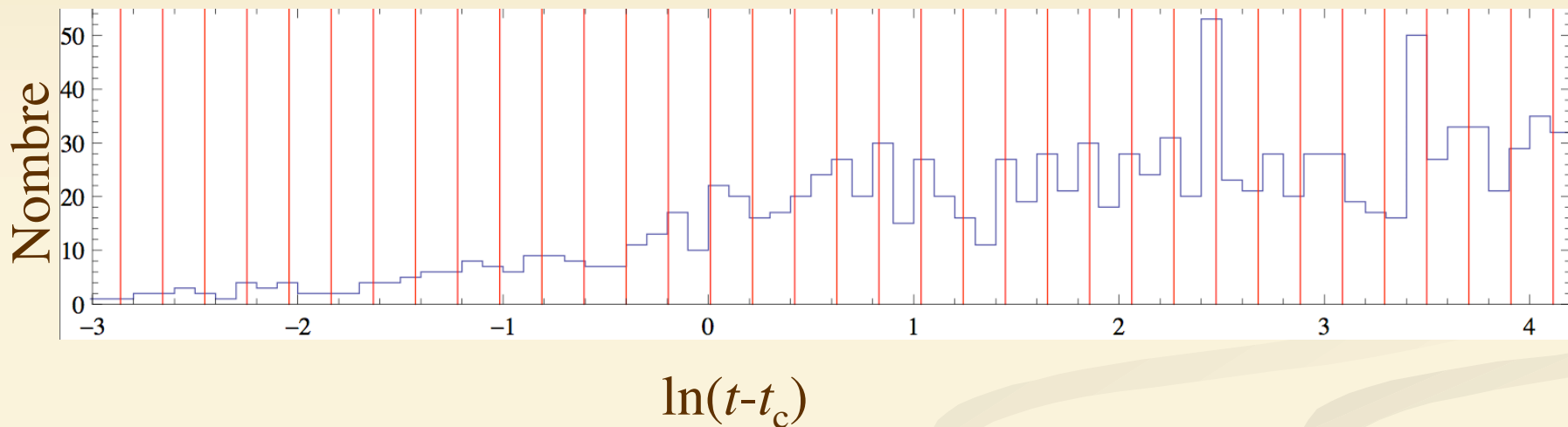


Spectre de puissance au cours du temps



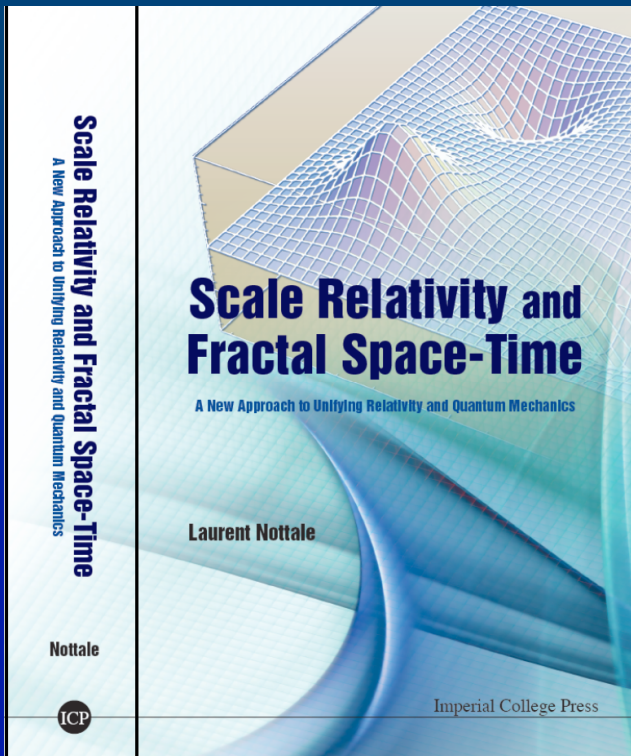
- * Devient significatif (pic non prévu) au bout de 10 jours ($P < 10^{-3}$) et le demeure
- En tenant compte de la stabilité : significativité augmentée (pic prévu) --> dès les premiers jours
- Pics de probabilité pour chaque nouveau pic du taux de répliques : validation de la prédictivité et visualisation directe de la log-périodicité !
- * Evènements spéciaux à 12 ($m=6.5$) et 33 jours ($m=7.1$ et ses propres répliques !)

Ajustement à 70 jours



- * Prédicibilité statistique partielle des dates des répliques
- * Augmentation de l'incertitude au cours du temps :
 $\delta \ln(t-t_c) = a = \text{cste} \rightarrow \delta t = a t$
- * Echelle depuis quelques heures jusqu'à plusieurs mois

Livre de synthèse récent (2011) sur la Relativité d'Echelle



SCALE RELATIVITY AND FRACTAL SPACE-TIME A New Approach to Unifying Relativity and Quantum Mechanics

by **Laurent Nottale** (*Paris-Meudon Observatory, France*)

This book provides a comprehensive survey of the development of the theory of scale relativity and fractal space-time. It suggests an original solution to the disunified nature of the classical-quantum transition in physical systems, enabling the basis of quantum mechanics on the principle of relativity, provided this principle is extended to scale transformations of the reference system. In the framework of such a newly generalized relativity theory (including position, orientation, motion and now scale transformations), the fundamental laws of physics may be given a general form that unifies and thus goes beyond the classical and quantum regimes taken separately. A related concern of this book is the geometry of space-time, which is described as being fractal and nondifferentiable. It collects and organizes theoretical developments and applications in many fields, including physics, mathematics, astrophysics, cosmology and life sciences.

